تحریر اقلیدس

مقالۂ اول و دوم

جسکو

حسب الحکم

ڈائرکٹر آف پبلک انسٹرکشن ملک اودھ کے

منشی رام پرشاد صاحب سکنڈ ماسٹر نارمل اسکول لکھنؤ نے

مرتب کیا

اب بمکرر حسب الحکم جناب صاحب ڈائرکٹر آف پبلک انسٹرکشن

ممالک مغربی و شمالی و اودھ دوسرے مرتبہ

صوبہ اودھ کے مقام لکھنؤ

مطبع منشی نول کشور میں مطبوع ہوا

ماہ ستمبر [illegible] عیسوی

دیباچہ

ملک مصر جزیرہ نما افریقہ کے گوشہ شمال و مشرق مین واقع ہے اور دریاے نیل کے شرقی شاخ کوہ ابسینیا سی اور غربی شاخ جھیل وکٹوریا نیانزا سی نکلکر جنوب سے شمال کو تمام ملک مصر مین بہکر بحیرۂ روم مین گرتی ہے اسکے سالانہ سیلابی سے بالکل حدود نیست و نابود ہوجاتے تھے جسکے باعث سے ہر سال فیصلہ مین وقت واقع ہوا کرتی تھی اسلیئے اقلیدس نامے حکیم یونانی نے واسطے رفع تنازع ملک مصر مذکور کے اس علم کو ایجاد کیا اور نام اسکا جایٹری رکھا (جی بمعنی زمین و میٹری معنی پیمایش یعنی علم پیمایش زمین) اسکو عرصہ دو ہزار برس سے زیادہ ہوا اور اس علم کا ترجمہ مختلف زبانون مین ہوا چنانچہ عربی مین نام اسکا **علم ہندسہ و تحریر اقلیدس** رکھا گیا ہندسہ کے معنی اندازہ کرنا اور یہ لفظ معرب اندازہ کا ہے اور یہ کتاب اکثر مصنف کے نام سے مروج ہے یعنی صرف اقلیدس ہی کہتے ہین لفظ اقلیدس مرکب ہے دو لفظ یعنی اقلے اور دس سے اقلے بمعنی کنجی اور دس بمعنی علم ہندسہ یعنے بدون حصول اسکے علم ہندسہ نا

ماہر نہین ہوتا اور اہل عرب کے نزدیک علم ریاضی کے اصول چار ہین
حساب - تحریر اقلیدس - ہیئت - علم موسیقی اور باقی فروعات مین داخل
ہین اور بعضونکا یہ قول ہے کہ سبکا اصول حساب ہے اور اوس سے
قواعد جبر و مقابلہ کے اور جبر و مقابلہ سے مسائل اقلیدس کے مستخرج ہوے
اور مسائل اس علم کے اس ترتیب پر ہین کہ اونکا تبدیل اور تاخیر بخلاف
مسائل اور علمون کے نہین ہو سکتا وجہ اسکی یہ ہے کہ اکثر مسائل ماقبل مسائل
مابعد کے نتیجے ہین پس جب تک ماقبل کا مسئلہ بخوبی یاد نہو مابعد کا مسئلہ
سمجھ مین آنا غیر ممکن ہے لیکن جو مسائل کہ نتیجے مسائل ماتحت کے نہین ہین
اونکے تغیر و تبدل مین کسیطرحکا ہرج نہین جیسے مقالۂ اول کا مسئلہ
اول و چہارم کو اگر مقدم اور موخر کرین تو کسیطرحکی دقت نہوگی
اور مقالۂ دوم کے پہلے سے چوتھے مسئلہ تک اگر آپسمین مقدم و موخر
کر دیے جائین تو بھی کسیطرح کا ہرج نہوگا باوجودیکہ اس مقالہ کا مسئلہ
دوم و سوم مسئلۂ اول کا نتیجہ ہے مگر ثبوت اوسکا مسئلہ اول سے نہین
اسواسطے تبدیل اور تاخیر کر سکتے ہین ورنہ ممکن نہین کہ تبدیل و تاخیر کرین
کیونکہ تبدیلی اور تاخیر کیواسطے دو باتین چاہئین اول نتیجہ ہو

دوسرے ثبوت بھی اوسی شکل سے ہو چونکہ اسکے تبدل اور تغیر مین کسیطرحکا فائدہ بھی نہین ہے لہذا آجتک سب لوگون نے اوسکو بجنسہ رکھا اور مصنف نے اس کتاب مین دو قسم کے مسائل تحریر کیے ہین اول عملی دوسرے نظری عملی وے مسائل ہین کہ جسمین کچھ بنانا منظور ہو اور نظری وے مسائل ہین کہ جسمین صرف ثبوت دعوی مقصود ہو اور اثبات مسائل مذکورہ بھی دو قسم پر ہین ایک بدلیل موافق مدعا جیسا کہ مقالہ اول کے مسائل اول و دوم و سوم و چہارم وغیرہ سے ظاہر ہے اور دوسرے بدلیل خلف یعنی دلیل خلاف مدعا سے اثبات مدعا عمل مین آتا ہے جیسا کہ مقالہ اول کے مسئلہ چھٹے و ساتٔ مین ہے۔

مقدمہ ۔ جاٹری (جیومیٹری) وہ علم ہے جسمین بیان مقادیر متصلہ ساکنہ کا ہے یعنی قواعد جبر و مقابلہ کو مقادیر متصلہ ساکنہ پر اطلاق کرنے سے مسائل جاٹری کے پیدا ہوتے ہین۔

موضوع اس علم کا خط و سطح و جسم تعلیمی ہے۔

فوائد ۔ بدون اکتساب علم جاٹری کے انسانکو طریقۂ تعلیم راست نہین معلوم ہوتا۔ بدون اکتساب علم جاٹری کے انسانکو مسائل حکمت طبیعیہ مطلقاً مفہوم نہین ہو سکتے

اور نہ انسان کی حالت مین کسیطرح کی بہتری حاصل ہوسکتی ہو۔

جامٹری سے قیاس مین دلیل کرنے کی عادت خواہ مخواہ پیدا ہوتی ہو اور صحیح فرائض سے صحیح نتیجہ نکالنے کی عادت پڑتی ہے اور اس عادت سے صحیح تجویز اور صحیح دلیل کرنے کی طاقت بڑھتی جاتی ہو۔

جامٹری کے طالب علم ذراسی بات کو بھی بلا دلائل عقلی کے صرف سند اور نقول پر اعتبار نہین کرتے ہین اور ہمیشہ براہین عقلیہ واسطے اثبات مدعا کے لاتے ہین اور علم معقول کو پسند کرتے ہین تو نتیجہ اسکے یہ ہوتا ہے کہ عادت آزادگی جو کہ کمال خلقت انسانی ہے حاصل کرتے ہین۔

اور علم جامٹری کا طالب علم جب ایک مسئلہ یا سوال کے حل کرنے مین کوشش کرتا ہے تو ابتدا مین نہایت دقت اوٹھاتا ہے اور جب وہ حل ہو جاتا ہے تب بے انتہا مسرور ہوتا ہے اسیطرح پھر دوسرے تیسرے مسئلہ وغیرہ مین دقت اوٹھا کر مسرت حاصل کرتا ہے اسکا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ ہمیشہ نئی باتون کے ایجاد کرنے مین مصروف رہتا ہے اور عادات صبر اور استقلال اور محنت اور صفائی اور

راست گوئی وغیرہ کہ انسان کی عمدہ ترین خصائل ہین پیدا ہوتی ہین کہ
جنکی بغیر امور دنیاوی میں کسیطرحکی کامیابی حاصل نہین ہوسکتی
جب ہم جامٹری سکے مسئلون کو دنیاوی کامون مین استعمال کرتے ہین
تو لاانتہا فوائد انسان کی ترقی کیواسطے معلوم ہوتے ہین مثلاً آجکل
صاحبان انگریز بہادر بنظر فوائد صوبہ اودھ مین نہر نکالنے مین مصروف
ہین نہر سے زمین شاداب ہوتی ہے زراعت بڑھتی ہے آب ہوا
لطیف ہوجاتی ہے کہ جس سے تمام دنیا کے لوگونکی تندرستی اور
بہبودی ہرطرحکی متصور ہوتی ہے پس اب مقام غور ہے کہ نہر اور
اسکے بیشمار فوائد ہمکو کسکی بدولت حاصل ہوتے ہین صاحبان
انگریز بہادر جو اس کام مین مصروف ہین اونسے معلوم ہوگا کہ بدون
قواعد لیول اور مسائل جامٹری کے نہر کا نکالنا محال ہے۔

علم جرثقیل کے ایجاد کے لیے مسائل جامٹری نہایت ضرور ہین اور
علم جرثقیل پر جمیع کارخانجات کی ترقی اور کامیابی منحصر ہے چرخی اور
ڈنڈا اور پہیہ مع دھری کہ جسکے قواعد بدون جامٹری اور علم جرثقیل
کے ہرگز حل نہین ہوسکتے جو کہ ہر ایک چھوٹے یا بڑے آلہ کی جز ہین

اور اس زمانۂ شائستہ مین بدون کل کے کسیطرحکی چیز بآسانی حاصل نہین ہوتی یعنی آٹا کل سے پیسا جاتا ہے اور کپڑا کل سے بنا جاتا ہے اور مکان کے لوازمات کل سے بنائے جاتے ہین اور کتابین کل سے تیار ہوتی ہین ان کلون کے پرزون کے سمجھنے کے لیے لازم ہے کہ جامٹری کے مسائل سے آگہی ہو پس ان باتون سے جامٹری کے فوائد بیشمار معلوم ہوتے ہین علم معماری اور انجنیری سب جامٹری کے متعلق ہین۔

زمین کی پیمایش کرنا اور اوسپر مکان کا نقشہ بنانا اور اوس نقشہ کا تخمینہ کرنا اور موافق نقشہ کے مکان کی بنیاد ڈالنا اور دیوارین وغیرہ بنانا یہ سب کام جریب کش و معمار وغیرہ کے ہین مگر بدون واقفیت علم جامٹری کے ایک بھی بہ صحت درست نہین ہو سکتا۔

سڑک پختہ اور سڑک آہنی اور انجن وغیرہ کا تیار ہونا جس سے کہ کرورون مزدورونکا کام عرصۂ قلیل مین ہوتا ہے یہ سب علم جامٹری اور علم جر ثقیل کے ثمرے ہین۔

جامٹری کی بدولت وہ انجن بنا ہے کہ جس سے ہم سیکڑون کوس

ایک دن مین جا سکتے ہین اور اس آمد و رفت کی آسانی کے بدولت
انسان کی ترقی جسمانی اور روحانی اور علم و دولت مین جو ہوتی ہے
اوسکا تخمینہ اور اندازہ خیال مین نہین آسکتا ۔
علم جغرافیہ اور علم ہیئت پر مسائل جامٹری کے استعمال کرنے سے
قواعد جہازرانی معلوم ہوتے ہین کہ جس سے دنیا مین شایستگی کی
بنیاد قائم ہوئی اور تجارت بیرونی کی ترقی اور انسان کی آسایش
ہوئی اور اس سے قومی نفع ملے
جو جامٹری کے مسائل کو روشنی پر استعمال کرتے تو اوس سے بڑے بڑے فائدے
آنکھ حاصل ہوتی ہے اور جو انون کی نگاہین بذریعہ خوردبین
ایسی تیز ہو جاتی ہین کہ حیوانات کی نہایت باریک نسین بلکہ
بیماری کی جڑ کو دفع کرتے ہین اور بذریعہ دوربین کے ایسی دانائی
ہو جاتی ہے کہ ستارے وسیارے کو دیکھکر اونکی اصلیت کو
بخوبی معلوم کر سکتے ہین ۔
ان سب باتون سے جلوہ خدا کی شان اور قدرت کی ذہنیت
حاصل ہوتی ہے اور راست گوئی اور صبر مین ملکہ کامل ہوتا ہے

جس سے کہ عجز حقیقی حاصل ہوتی ہے جسکا نتیجہ نجات اخروی ہے۔

اور اسکے فوائد بیشمار ہین مگر طالب علم کے واسطے چند فوائد لکھے گئے تاکہ اوس سے شوق تحصیل اس علم اعلی کا ہو۔

فقط



جامیٹری (علم ہندسہ) وہ علم ہے جسمین کہ بیان مقادیر متصلہ ساکنہ کا ہے

مقالۂ اول

حدود مقادیر متصلہ ساکنہ

۱۔ نقطہ ۔ وہ ہے جسکی جگہ مقرر ہو مگر اوسکا جز نہو ۔

۲۔ خط ۔ وہ ہے جو کہ صرف لنبا ہو مگر چوڑا نہو ۔

۳۔ خط کی حدین نقطہ ہوتی ہین ۔

۴۔ خط مستقیم ۔ وہ ہے جو کہ درمیان دو نقطون کے واقع ہو اور نہ

خطوط سے چھوٹا ہو جو کہ انھیں نقطون کے درمیان ہون -



ا د خط مستقیم ہے

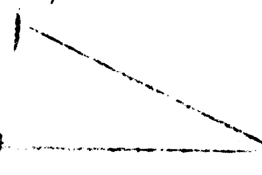
۵- سطح وہ ہے جسمین صرف طول اور عرض ہو -

۶- سطح کی حدین خط ہوتی ہین -

۷- سطح مستوی وہ ہے جسمین کہین کہین بھی جگہ پر دو نقطون کے درمیان جو خط مستقیم نکالا جاوے وہ اوس سطح کو برابر چھوتا گذرے -

۸- زاویہ مسطحہ دو خطون کے ایسے جھکاو کو کہتے ہین کہ وے دونون خط ایک سطح پر ایک نقطہ مین ملجاوین مگر ایک سیدھ مین نہون -

۹- زاویہ مسطحہ مستقیم الخطین وہ ہے جو کہ دو خط مستقیم کے ملنے سے سطح مستوی پر پیدا ہو -



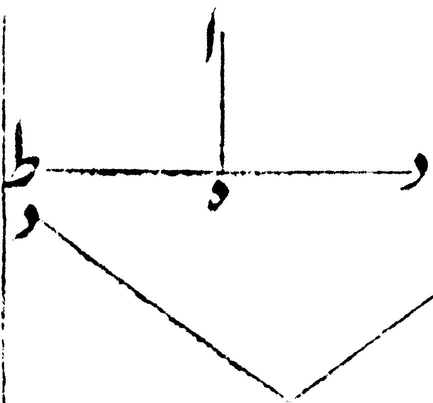
ا ہ د یا د ہ ا زاویہ مسطحہ مستقیم الخطین ہے

۱۰- جبکہ ایک خط مستقیم پر دوسرا خط مستقیم کھڑا ہو اور اوس کھڑے خط کے دونون طرف کے دونون زاویہ باہم برابر ہون تو ہر ایک زاویہ قائمہ ہین اور کھڑا خط عمود

واضح ہو کہ جن دو خطوط سے زاویہ قائمہ بنتا ہے وہی ہر ایک بنسبت دوسرے کے عمود ہیں

ا ہ د و ا ہ ط ہر ایک زاویہ قائمہ ہے اور د ہ پر ا ہ عمود اور

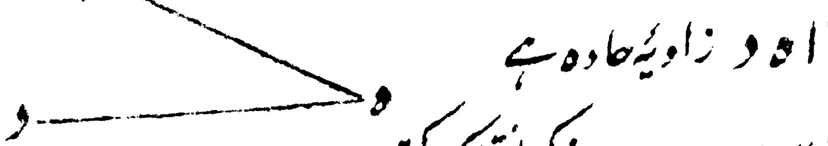
ا ہ پر د ہ عمود ہے۔



۱۱۔ زاویہ منفرجہ وہ ہے جو کہ قائمہ سے بڑا ہو۔

ا ہ د زاویہ منفرجہ ہے۔

۱۲۔ زاویہ حادہ وہ ہے جو کہ قائمہ سے چھوٹا ہو۔

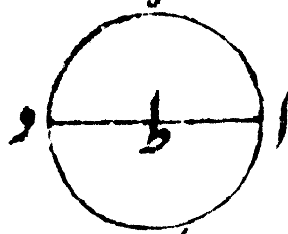


ا ہ د زاویہ حادہ ہے

۱۳۔ حد ہر چیز کی انتہا کو کہتے ہین

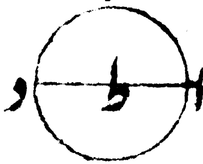
۱۴۔ شکل وہ ہی جو کہ ایک حد یا کئی حدون سے گھری ہو۔

۱۵۔ دائرہ وہ سطح مستوی ہی جو کہ ایک خط پرکاری سے جسکو محیط کہتے ہین گھرا ہو اور اوسکے اندر ایک نقطۂ معین سے جتنے خط محیط تک نکالے جاوین باہم برابر ہون



ا ہ د دائرہ ہے۔

۱۶۔ مرکز دائرہ وہ نقطہ ہی جس سے محیط تک جتنے خط نکالے جاوین سب برابر ہون

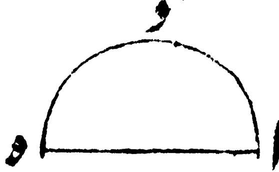


نقطہ ط مرکز دائرہ اہ د کا ہے۔

۱۷۔ قطر دائرہ وہ خط مستقیم ہے جو کہ مرکز پر گذر کر دونوں طرف محیط پر تمام ہو اد قطر دائرہ ہے

واضح ہو کہ قطر کے آدھے کو نصف قطر کہتے ہین اط نصف قطر ہے۔

۱۸۔ نصف دائرہ وہ شکل ہے کہ قطر اور اوس حصہ محیط سے گھرا ہو جو کہ قطر سے قطع ہوتا ہے۔



ا و ہ نصف دائرہ ہے۔

۱۹۔ نصف دائرہ کا مرکز وہی نقطہ ہے جو کہ دائرہ کا ہے۔

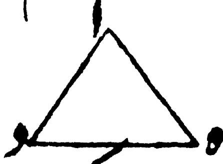
۲۰۔ اشکال مستقیمۃ الاضلاع وے ہین جو کہ خطوط مستقیم سے بنین

۲۱۔ مثلث وہ ہے جو کہ تین خطوط مستقیم سے گھرا ہو۔

۲۲۔ ذوار بعۃ الاضلاع وہ شکل ہے جو کہ چار خطوط مستقیم سے گھری ہو۔

۲۳۔ کثیر الاضلاع وہ شکل ہے جسکو چار سے زیادہ خطوط مستقیم محیط ہون

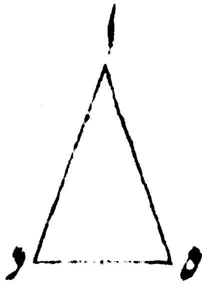
۲۴۔ مثلث متساوی الاضلاع وہ ہے جسکے تینون ضلع باہم برابر ہون۔



ا و ہ مثلث متساوی الاضلاع ہے۔

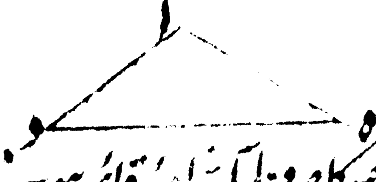
۲۵۔ مثلث متساوی الساقین وہ ہے جسکے صرف دو ضلع

باہم برابر ہون۔



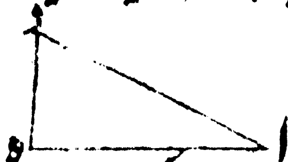
ا د ہ مثلث متساوی الساقین ہے۔

۲۶۔ مثلث مختلف الاضلاع وہ ہے جسکا کوئی ضلع برابر نہو۔



ا د ہ مثلث مختلف الاضلاع ہے۔

۲۷۔ مثلث قائمۃ الزاویہ وہ ہے جسکا صرف ایک زاویہ قائمہ ہو۔



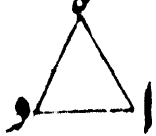
ا ہ د مثلث قائمۃ الزاویہ ہے۔

۲۸۔ مثلث منفرجۃ الزاویہ وہ ہے جسکا صرف ایک زاویہ منفرجہ ہو۔



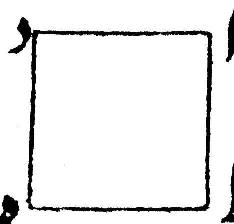
ا ہ د مثلث منفرجۃ الزاویہ ہے۔

۲۹۔ مثلث حادۃ الزاویہ وہ ہے جسکا ہر ایک زاویہ حادہ ہو



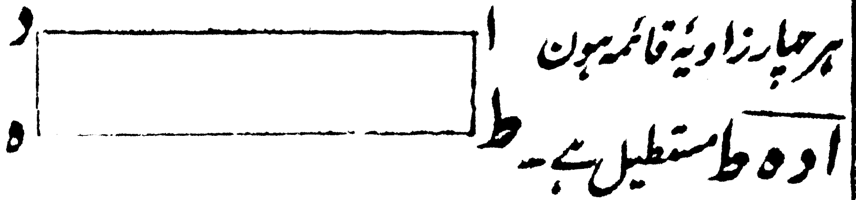
ا ہ د مثلث حادۃ الزاویہ ہے۔

۳۰۔ مربع وہ شکل ہے جسکے چارون ضلع برابر ہون اور ہر چہار زاویہ قائمہ ہون۔



ا د ہ ط مربع ہے۔

۳۱۔ مستطیل وہ شکل ہے جسکے صرف مقابل کے ضلع برابر ہون اور ہر چار زاویۂ قائمہ ہون



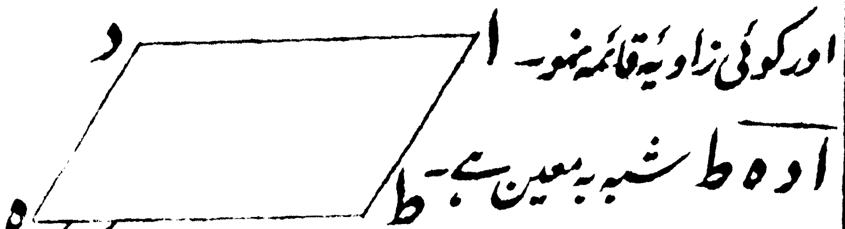
ادہط مستطیل ہے۔

۳۲۔ مَعین وہ ہے جسکے چارون ضلع برابر ہون اور کوئی زاویۂ قائمہ نہو۔



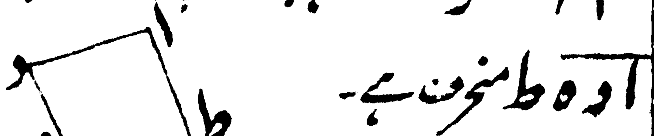
ادہط معین ہے۔

۳۳۔ شبہ بمعین وہ شکل ہے جسکے صرف مقابل کے ضلع برابر ہون اور کوئی زاویۂ قائمہ نہو۔



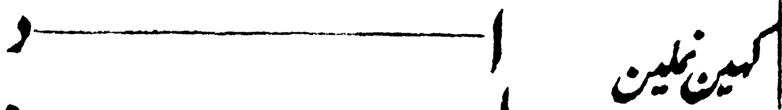
ادہط شبہ بمعین ہے۔

۳۴۔ منحرف وہ ہے جو کہ ان چارون ذوارِبعۃ الاضلاع مذکور کے سوا ہو



ادہط منحرف ہے۔

۳۵۔ خطوط متوازی وے خطوط مستقیم ہین جو ایک سطح مستوی پر واقع ہون اور اگر اونکو دونون طرف کتنے ہی دور تک بڑھاوین تو وے کہین نملین



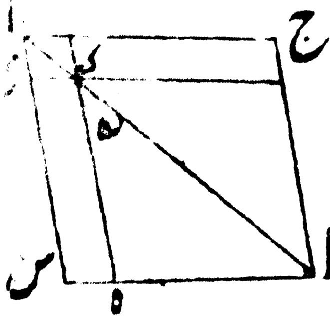
اد و طہ خطوط متوازی ہین۔

حد الف

اشکال متوازی الاضلاع وے ہین جنکے مقابل کے اضلاع متوازی ہون

واضح رہے کہ وتر سطح متوازی الاضلاع کا وہ خط مستقیم ہے جو کہ مقابل کے زاویہ مین ملا ہو

اج ط س سطح متوازی الاضلاع ہے اور اط وتر ہے



حد ب

متمم سطوح متوازی الاضلاع وے ہین جو کہ کسی سطح متوازی الاضلاع کے وتر کے ایک نقطہ پر ملین اور زاویہ مقابلہ برابر پیدا کرین اور ان مین سے وتر نگذرے

ج ک و ک س متمم ہین

(ج) اصول موضوعہ اوسکو کہتے ہین جنکو لوگون نے بالاتفاق امر اختیاری فرض کیا ہو

(د) علوم متعارفہ اون باتونکو کہتے ہین جو کہ بدیہی ہون یعنی جنکی ثبوت کی ضرورت نہو

اصول موضوعہ

۱۔ ہمکو اختیار ہے کہ درمیان دو نقطون کے خط ملا دین۔

۲۔ ہمکو اختیار ہے کہ خط مستقیم کو اوسکی سیدھ مین بڑھا دین۔

۳۔ ہمکو اختیار ہے کہ ایک نقطہ کو مرکز مانکر جا ہین جتنے دوری پہ دائرہ بنا دین

علوم متعارفہ

۱- جتنی چیزین کسی ایک چیز معین کے برابر ہین وے سب آپسمین بھی برابر ہین۔

۲- برابر چیزون مین برابر چیزین جوڑنے سے کل بھی برابر ہوگا۔

۳- برابر چیزون سے برابر چیزین گھٹانے سے باقی بھی برابر ہوگا۔

۴- غیر برابر چیزون مین برابر چیزین جوڑنے سے کل بھی برابر نہوگا۔

۵- غیر برابر چیزون سے برابر چیزین گھٹانے سے باقی بھی برابر نہوگا۔

۶- جتنی چیزین کسی ایک چیز معین سے دوچند ہین وے باہم برابر ہین۔

۷- جتنی چیزین کسی ایک چیز معین کے نصف ہین وے باہم برابر ہین۔

۸- جو مقادیر آپسمین منطبق ہون یعنی برابر جگہ لیے ہون وے باہم برابر ہین۔

۹- کل اپنے جز سے بڑا ہے۔

۱۰- دو خطوط مستقیم سے جگہہ نہین گھر سکتی۔

۱۱- زاویہ قائمہ باہم برابر ہوتے ہین۔

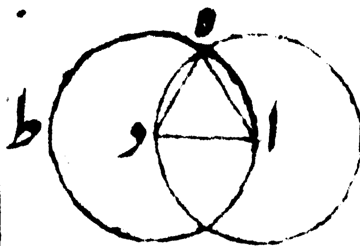
۱۲- اگر دو خط مستقیم پر تیسرا خط مستقیم اسطرح گرے کہ ایک جانب کے دو زاویہ داخلہ ملکر برابر دو قائمہ کے نہون تو وے خطوط اوس جانب بڑھانے سے ملجاوینگے جسطرف کے دو زاویہ داخلہ ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہین۔

مسئلہ ۱ ۔ عملی

چاہتے ہین کہ ایک خط مستقیم محدود پر ایک
مثلث متساوی الاضلاع بناوین

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ ا د خط مستقیم محدود ہے جسپر کہ مثلث
متساوی الاضلاع بنانا منظور ہے ۔

عمل ۔ ا کو مرکز مانکر ا د دوری پر دائرہ د ہ ک بناؤ
(اصول موضوعہ ۳) اسیطرح مرکز د سے د ا دوری پر دائرہ
ا ہ ط بناؤ اور نقطہ ہ سے جو مقطع ہے دونون دائرون کا خطوط
ہ ا و ہ د وصل کرو (اصول موضوعہ ۱) عمل موافق دعوی کے ہوا
یعنے خط محدود ا د پر مثلث



متساوی اضلاع ا ہ د بنا
ثبوت ۔ کیونکہ ا مرکز ہے
دائرہ د ہ ک کا تو خطوط ا ہ ، ا د برابر ہین (حد ۱۵)
اور د مرکز ہے دائرہ ا ہ ط کا تو د ہ و د ا برابر ہین لیکن پہلے
ثابت ہوا کہ خطوط ا ہ ، ا د برابر ہین اسلیے ا ہ برابر ہوا د ہ کے

(علوم متعارفہ ا) اسلیے تینون خطوط ا ہ و ا د و د ہ باہم برابر ہین تو خط ا د پر مثلث متساوی الاضلاع ا ہ د بنا ہے (۲۸ ب د) یہی مطلوب تھا

نتیجہ - ایک خط محدود پر دو مثلث متساوی الاضلاع بن سکتے ہین

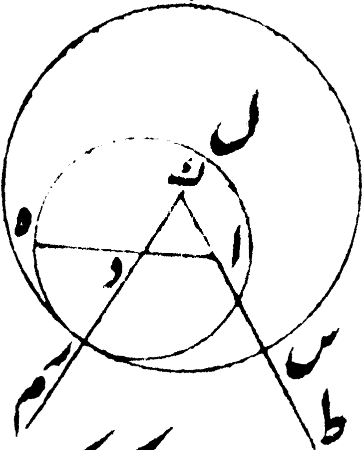
سوال - ایک خط محدود پر ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکی ہر ایک ساق دوچند ہو خط محدود مذکور سے -

مسئلہ ۲ - عملی

چاہتے ہین کہ ایک نقطہ معین سے ایک خط مستقیم محدود کے برابر ایک اور خط مستقیم نکالین

دعوی خاص - فرض کرو کہ خط مستقیم محدود د ہ ہے اور نقطہ معین ا جس سے کہ د ہ کے برابر خط مستقیم نکالنا منظور ہے -

عمل - ملاؤ ا د کو (اصول موضوعہ ۱) اور ا د پر ایک مثلث متساوی الاضلاع ا ک د بناؤ (ا م س) اور ک ا و ک د کو بالاستقامت نقاط ط و م تک بڑھاؤ (اصول موضوعہ ۲) او رمرکز د سے



د ہ دوری پر دائرہ د ل ر بناؤ (اصول موضوعہ ۳) اور پھر مرکز ک سے ک ر دوری پر دائرہ

رج س بناؤ تو عمل موافق دعوی کے ہوا یعنی نقطہ ا سے خط ا س برابر خط د ہ کے نکلا

ثبوت - کیونکہ د مرکز دائرہ ہ ل ر کا ہے اسلیے د ہ برابر ہے د ر کے (حشہ) اور اسیطرح ک مرکز دائرہ رج س کا ہے اسلیے ک س برابر ہے ک ر کے حصہ ک ا بھی برابر ہے حصہ ک د کے (عملاً) اسلیے باقی ا س برابر ہے باقی د ر کے (علوم متعارفہ ۳) لیکن د ہ برابر ہے د ر کے اسلیے ہر ایک ا س اور د ہ برابر ہیں د ر کے اس سبب سے ا س برابر ہے د ہ کے (علوم متعارفہ ۱) اسلیے نقطہ ا سے خط ا س برابر خط محدود د ہ کے نکلا یہی مطلوب تھا

سوال ایک خط مفروض کی نقطہ انتہا سے ایک خط برابر خط مفروض کے نکالو

مسئلہ ۳ عملی

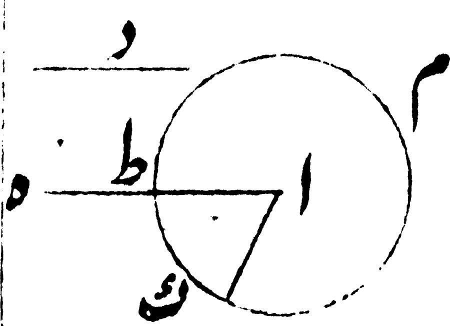
چاہتے ہیں کہ ایک بڑے خط محدود سے چھوٹے
خط محدود کے برابر ایک حصہ قطع کریں

دعوی خاص - فرض کرو کہ ا ہ اور د خطوط محدود ہیں ان میں ا ہ بڑا ہے د سے ا ہ سے ایک حصہ برابر د کے کاٹنا ہے

عمل - نقطہ ا سے خط ا ک برابر خط د کے کھینچو (ام شہ)

مرکز ا سے اک دوری پر دائرہ ک ط م بناؤ (اصول موضوعہ ۳)

عمل موافق دعوی کے ہوا یعنے خط اط برابر خط د کے قطع ہوا



ثبوت - کیونکہ ا مرکز دائرہ ک ط م کا ہے اسلیے اط برابر ہے اک کے

(حصہ ۱۵) لیکن د برابر ہے اک کے عماً اسلیے ہر ایک اط و د برابر ہے اک کے تو اط برابر ہوا خط د کے

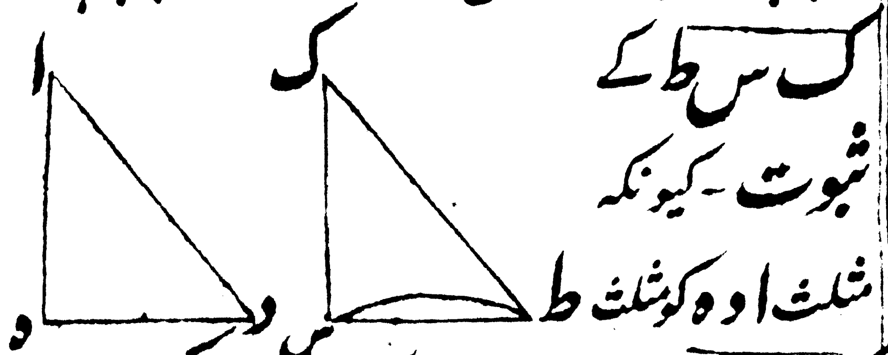
(علوم متعارفہ ۱) جو کہ خط اہ کا ایک حصہ ہے -

سوال - ایک چھوٹے خط مفروض کو برابر ایک بڑی خط مفروض کے بڑھاؤ

مسئلہ نظری

ایک مثلث کے دو ضلع اور زاویہ درمیانی برابر ہون دوسرے مثلث کے دو ضلع اور زاویہ درمیانی کے اپنی اپنی نظیر سے تو باقی ضلع اور زاویہ اون دونون مثلثون کے ہر ایک اپنی نظیر کے برابر ہونگے اور مثلث برابر ہوگا مثلث کے

دعوی خاص - فرض کرو کہ ا د ہ و ک ط س مثلثوں مین ضلع ا ہ و ا د برابر ہین ضلع ک س و ک ط کے یعنے ا ہ برابر ہے ک س کے اور ا د برابر ہے ک ط کے اور زاویہ درمیانی ہ ا د برابر ہے زاویہ درمیانی س ک ط کے تو قاعدہ ہ د برابر ہوگا قاعدہ س ط کے اور باقی زاویہ ایک مثلث کے برابر ہونگے باقی زاویہ دوسرے مثلث کے اپنی اپنی نظیر سے یعنے زاویہ ا ہ د برابر ہوگا زاویہ ک س ط کے اور زاویہ ا د ہ برابر ہوگا زاویہ ک ط س کے اور مثلث ا ہ د برابر ہوگا مثلث ک س ط کے



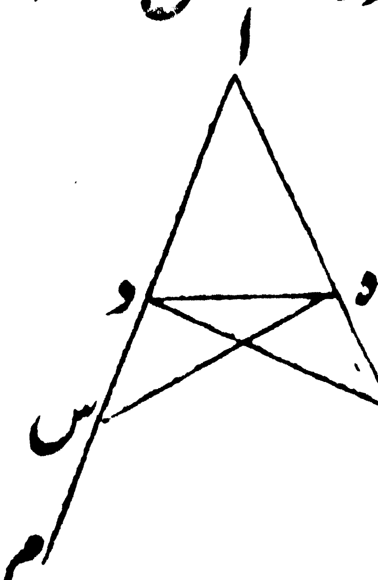
ثبوت - کیونکہ مثلث ا د ہ کو مثلث ک ط س پر اسطرح منطبق کرین کہ نقطہ ا نقطہ ک پر اور ضلع ا ہ ضلع ک س پر منطبق ہون تو نقطہ ہ نقطہ س پر منطبق ہوگا کیونکہ خط ا ہ برابر خط ک س کے ہے اور خط ا د خط ک ط پر منطبق ہوگا کیونکہ زاویہ ہ ا د

برابر ہے زاویہ س ک ط کے اور نقطہ د نقطہ ط پر منطبق ہوگا
کیونکہ خط ا د برابر خط ک ط کے ہے جبکہ نقطہ ہ نقطہ س پر اور
نقطہ د نقطہ ط پر منطبق ہوا تو خط ہ د خط س ط پر منطبق ہوگا
ورنہ دو خط مستقیم ایک سطح کو محیط ہونگے جو کہ غیر ممکن ہے
(علوم متعارفہ ۱۰) اسلیے قاعدہ ہ د منطبق ہوا قاعدہ س ط پر
تو مثلث ا ہ د منطبق ہوگا مثلث ک س ط پر اور باقی زاویہ ایک
مثلث کے منطبق ہونگے باقی زاویہ دوسرے مثلث پر اپنی اپنی نظیر سے یعنی زاویہ
ا ہ د منطبق ہوا زاویہ ک س ط پر اور زاویہ ا د ہ منطبق ہوا زاویہ
ک ط س پر تو ہر ایک باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۸) یہی مطلوب تھا
سوال - اگر ایک مربع کا ایک ضلع برابر ہو دوسرے مربع کے
ایک ضلع کے تو ثابت کرو کہ مربع برابر مربع کے ہے

مسئلہ ۵ - نظری

مثلث متساوی الساقین مین قاعدہ پر کے زاویہ برابر ہونگے
اور اگر اسکے برابر کے ضلع بڑھائے جاوین تو زاویہ تحت القاعدہ کے بھی برابر ہونگے
دعوی خاص - ایک مثلث متساوی الساقین ا د ہ ہے جسکا ضلع

اد برابر ہے ضلع اہ کے تو زاویہ اده برابر ہوگا زاویہ اہ د کے اور اگر ساق اہ و اد بڑھائے جاوین نقاط ل و م تک تو قاعدہ کی دوسری جانب کا زاویہ ل ہ د برابر ہوگا زاویہ م د ہ کے خط د م مین ایک نقطہ س فرض کرو اور ال سے خط اط برابر خط اس کے قطع کرو



(ام ۳ س) ملاؤ ہ س و ط د کو (اصول موضوعہ ا) ثبوت — کیونکہ مثلث اہ س و اد ط مین ضلع اس برابر ہے ضلع اط کے عملاً اور ضلع اد برابر ہے ضلع اہ کے دعوی سے تو دو ضلع ہ ا و اس برابر ہین دو ضلع دا و اط کے اور زاویہ درمیانی د اط دونون مثلثون مین شامل ہے اسلیے قاعدہ د ط برابر ہے قاعدہ ہ س کے (ام ۴ س) اور مثلث د ط برابر ہے مثلث اہ س کے اور زاویہ

ا د ط برابر ہے زاویہ ا ہ س کے اور زاویہ ا ط د
برابر ہے زاویہ ا س ہ کے ۔
پھر کیونکہ خط ا س برابر ہے خط ا ط کے اور خط ا د برابر ہے خط
ا ہ کے تو باقی خط د س برابر ہوا باقی خط ہ ط کی (علوم متعارفہ ۳)
تو دو مثلث د س ہ و ہ ط د مین ضلع د س برابر ہے ضلع ہ ط
کے اور ثابت ہوا کہ ضلع ہ س برابر ہے ضلع د ط کے تو دو ضلع
د س و س ہ برابر ہین دو ضلع ہ ط و ط د کے اور زاویہ
درمیانی د س ہ برابر ہے زاویہ درمیانی ہ ط د کے تو باقی زاویے
بھی باہم برابر ہین (ام سکس) یعنے زاویہ ہ د س برابر ہے زاویہ
د ہ ط کے یہ قاعدہ کے دوسری جانب کے زاویہ ہین اور زاویہ
س ہ د برابر ہے زاویہ ط د ہ کے اور پہلے ثابت ہوا کہ کل زاویہ
ا ہ س برابر ہے کل زاویہ ا د ط کے اور اب ثابت ہوا کہ زاویہ
س ہ د برابر ہے زاویہ ط د ہ کے تو باقی زاویہ ا ہ د برابر ہوا
باقی زاویہ ا د ہ کے (علوم متعارفہ ۳) یہ قاعدہ پر کے زاویہ ہیں اور یہی مطلب تھا
نتیجہ مثلث متساوی الاضلاع متساوی الزاویہ ہوتا ہے ۔

سوال مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ پر کے زاویا باہم برابر ہونگے بلا بڑھائے خط کے ثابت کرو

مسئلہ ۶ نظری

اگر ایک مثلث کے دو زاویہ برابر ہون تو اونکے
مقابل کے اضلاع بھی برابر ہونگے

دعوی خاص مثلث ا د ہ مین زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ ا ہ د کے تو ضلع ا د بھی برابر ہوگا ضلع ا ہ کے اگر برابر نہین تو ایک اونمین سے بڑا ہوگا فرض کرو کہ ا د بڑا ہے ا ہ سے خط ا د سے حصہ ط د برابر خط ا ہ کے قطع کرو اور ملاؤ ط ہ کو (ام ۳ س ۱ واصول موضوعہ ۱)

ا
ط
د ہ

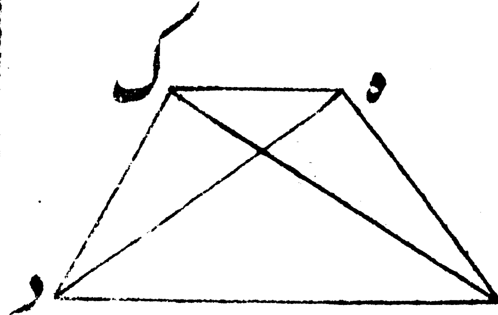
ثبوت کیونکہ مثلث ط د ہ و ا ہ د مین ضلع ط د برابر ہے ضلع ا ہ کے عملاً اور ضلع ہ د دونون مثلثون مین مشترک ہے اور زاویہ درمیانی ا ہ د برابر ہے زاویہ درمیانی ط د ہ کے فرض سے تو قاعدہ ا د برابر ہوا قاعدہ ط ہ کے اور مثلث ا ہ د برابر ہوا مثلث ط د ہ کے (ام ۴ س) تو جز برابر ہوا کل کے جو غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) اسلیے ضلع ا د ضلع ا ہ سے بڑا نہین بلکہ برابر ہے

نتیجہ - جب مثلث کے سب زاویہ باہم برابر ہین وہ مثلث متساوی الاضلاع ہے
سوال اگر شکل ۵ مین زاویہ راس آ و نقطہ تقاطع خطوط دط و ہ س مین خط
وصل کیا جاوے تو یہ خط زاویہ راس کو نصف کرے گا -

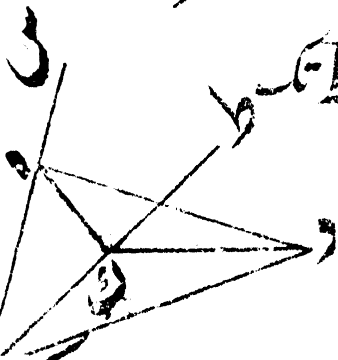
مسئلہ - نظری

ایک قاعدہ پر ایک ہی طرف ایسے دو مثلث نہین ہو سکتے
جنکے ایک ایک اضلاع جو قاعدہ کے ایک حد پر منتہی ہین
باہم برابر ہون اور وہی بھی ایک ایک اضلاع جو قاعدہ
کی دوسری حد پر منتہی ہین باہم برابر ہون

دعوی خاص - اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ قاعدہ ا د کے ایک ہی
طرف دو مثلث ا ہ د اور ا ک د ہین جنکے اضلاع ہ ا اور ک ا
جو قاعدہ د کے نقطہ ا پر منتہی ہین برابر ہین اور ہ د و ک د
جو قاعدہ کے نقطہ د پر منتہی ہین بھی برابر ہین اول فرض کرو کہ
راس ہ ایک مثلث کا
راس ک دوسرے مثلث کی
باہر ہے جانا ہو ہ ک کو



ثبوت - کیونکہ ضلع ا ہ برابر ہے ضلع اک کے اسلیے زاویہ اہ ک
برابر ہے زاویہ اک ہ کے (ا م ۵ ش) لیکن زاویہ اہ ک بڑا ہے
زاویہ د ہ ک سے (علوم متعارفہ ۹) تو زاویہ اک ہ بھی بڑا
ہوا زاویہ د ہ ک سے تو کل زاویہ د ک ہ بہت ہی بڑا ہوا زاویہ د ہ ک
سے پھر کیونکہ د ک برابر ہے د ہ کے اسلیے زاویہ د ک ہ برابر ہے زاویہ
د ہ ک کے (ا م ۵ ش) اور ابھی ثابت ہوا کہ زاویہ د ک ہ بہت ہی بڑا ہے
زاویہ د ہ ک سے تو ایک ہی چیز ایک حالت میں برابر اور بڑی ہوئی یہ غیر ممکن ہے
دوسری فرض کرو کہ راس ایک مثلث کا دوسرے مثلث کے
اندر ہے تو ا ہ ، اک کو س و ط تک
بڑھا لیا اور ملا ؤ ہ ک کو



ثبوت - کیونکہ مثلث اہ ک میں ضلع اہ برابر ہے ضلع اک کے
تو زاویہ س ہ ک برابر ہوا زاویہ ط ک ہ کے (ا م ۵ ش)
لیکن زاویہ د ہ ک چھوٹا ہے زاویہ س ہ ک سے تو زاویہ
ط ک ہ سے بھی چھوٹا ہوا اور زاویہ د ک ہ سے بہت ہی چھوٹا

ہوا پھر کیونکہ ضلع د د برابر ہے ضلع د ک کے اسلیئے زاویہ د ہ ک
برابر ہے زاویہ د ک ہ کے اور ابھی ثابت ہوا کہ زاویہ
د ک ہ بڑا ہے زاویہ د ہ ک سے تو ایک ہی چیز ایک حالت مین
برابر اور بڑی ہوئی جو کہ غیر ممکن ہے اور جس حالت میں اس ایک مثلث
کا دوسرے مثلث کے ایک ضلع پر واقع ہو تو ثبوت کی کچھ حاجت نہین
سوال ۔ اگر ایک قاعدہ کی دونو طرف دو مثلث واقع ہوں اور وہ
ایک ایک ضلع جو کہ قاعدہ کی ایک حد پر ملتے ہیں برابر ہوں اسیطرح وے
ایک ایک اضلاع جو کہ قاعدہ کی دوسری حد پر ملتے ہیں برابر ہوں تو برابر اضلاع
سے جو زاویہ کہ بنتے ہیں باہم برابر ہونگے ۔

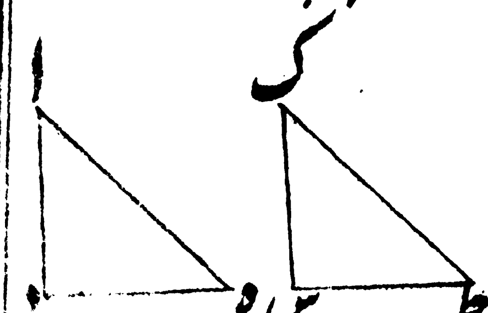
مسئلہ نظری

جبکہ ایک مثلث کے تینوں ضلع برابر ہوں دوسرے مثلث کے
تینوں ضلع کے اپنا اپنی نظیر سے تو انکے زاویہ درمیانی بھی برابر ہونگے

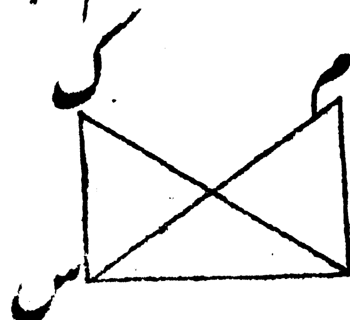
دعویٰ خاص ۔ فرض کرو کہ دو مثلث ا د ہ و ک س ط مین ضلع
ا د برابر ہے ضلع ک س کے اور ضلع ا ہ برابر ہے ضلع ک ط
کے اور قاعدہ د ہ برابر ہے قاعدہ س ط کے تو زاویہ د ا ہ

برابر ہوگا زاویہ س ک ط کے اور باقی زاویہ اپنی نظیر کے برابر ہونگے۔

ثبوت۔ مثلث ا د ہ



کو مثلث ک س ط پر اسطرح منطبق کرو کہ نقطہ د نقطہ س پر اور قاعدہ د ہ قاعدہ س ط پر منطبق ہو تو نقطہ ہ نقطہ ط پر منطبق ہوگا کیونکہ خط د ہ برابر ہے خط س ط کے جبکہ نقطہ د نقطہ س پر اور نقطہ ہ نقطہ ط پر منطبق ہوا تو ضلع ا د ضلع ک س پر اور ضلع ا ہ ضلع ک ط پر منطبق ہوگا اگر نہیں تو وہ دوسری طرف نقطہ م پر واقع ہونگے تو قاعدہ س ط پر اوسکے ایک ہی جانب دو مثلث ایسے واقع ہوے کہ جنکے دو ضلع جو نقطہ ط پر منتہی ہیں باہم برابر ہیں اور دو ضلع بھی جو نقطہ س پر تمام ہوتے ہیں برابر ہیں یہ غیر ممکن ہے (ام ۵) تو خط ا د خط



ک س پر اور خط ا ہ خط ک ط پر اور مثلث ا ہ د مثلث ک ط س پر منطبق ہوا اور زاویہ د ا ہ منطبق ہوا زاویہ س ک ط پر اور باقی

زاویہ اپنا اپنی نظیر پر منطبق ہوئے تو ہر ایک باہم برابر ہین (بعلوم متعارفہ)
اور یہی مطلب تھا۔

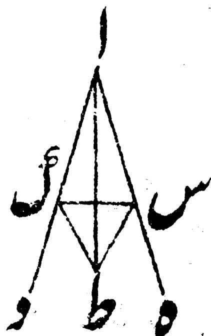
سوال جبکہ قاعدہ د ہ قاعدہ س ط پر منطبق ہو اور راس مثلث کے
قاعدہ کے دونو طرف واقع ہون تو ثابت کرو کہ زاویہ درمیانی باہم برابر ہین

مسئلہ ۹۔ عملی

ایک زاویہ کو نصف کرنا یعنی دو برابر حصون پر تقسیم کرنا چاہتے ہین

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ زاویہ د ا ہ ہے جسکو نصف کرنا منظور ہے

عمل۔ خط ا د مین ایک نقطہ ک فرض کرو اور خط ا ہ سے
ایک حصہ اس برابر ا ک کے قطع کرو (ا م ۳) اور ملاؤ
ک س کو اور ک س پر مثلث متساوی الاضلاع ک ط س بناؤ (ا م ۱)
اور ملاؤ ا ط کو تو عمل موافق دعوی کے ہوا یعنے خط ا ط سے زاویہ د ا ہ
نصف ہوا۔



ثبوت۔ کیونکہ
مثلث ک ا ط اور
س ا ط مین ضلع ک ا برابر ہے ضلع س ا کے عملاً اور ا ط دونون

مثلثون مین مشترک ہے اور قاعدہ ک ط برابر ہے قاعدہ س ط کے تو زاویہ ک ا ط برابر ہوا زاویہ س ا ط کے (ام ش) یہی مطلوب تھا

سوال - ایک زاویہ کو چار برابر حصہ پر تقسیم کرو -

مسئلہ ۱ - عملی

ایک خط محدود کو نصف کرنا یعنے

دو برابر حصون پر تقسیم کرنا چاہتے ہین

دعوی خاص - فرض کرو کہ خط محدود ا د ہے جسکو نصف کرنا منظور ہے

عمل - ا د پر ایک مثلث متساوی الاضلاع ا د ہ بناؤ (ام ا س) اور زاویہ ا ہ د کو خط ہ ط سے نصف کرو (ام ۹ ش) تو خط ا د نقطہ ط پر نصف ہوا

ثبوت - کیونکہ مثلث د ہ ط اور ا ہ ط مین ضلع د ہ برابر ہے ضلع ا ہ کے اور ضلع ہ ط دونون مین شامل ہے اور زاویہ درمیانی د ہ ط برابر ہے زاویہ درمیانی ا ہ ط کے تو قاعدہ ا ط برابر ہوا قاعدہ د ط کے (ام ش) یہی مطلوب تھا

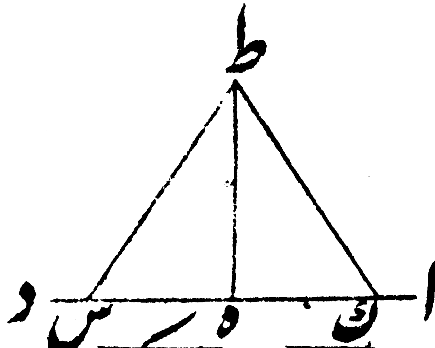
سوال ایک خط محدود کو چار برابر حصون پر تقسیم کرو

مسئلہ ۱۱ - عملی

ایک خط محدود کے ایک نقطہ معین
سے خط مذکور پر عمود نکالنا ہے

دعوی خاص - فرض کرو کہ خط ا د مین نقطہ معین ہ ہے جس سے
کہ خط ا د پر عمود نکالنا منظور ہے -

عمل - خط ا ہ مین ایک نقطہ ک فرض کرو اور خط ہ د سے حصہ
ہ س برابر خط ہ ک کے قطع کرو (ام ۳) اور ک س پر ایک
مثلث متساوی الاضلاع ک ط س بناؤ (ام ۱) اور ملاو ہ ط کو تو عمل
موافق دعوے کے ہوا یعنی نقطہ معین ہ سے خط ا د پر خط ہ ط عمود نکلا



ثبوت - کیونکہ مثلث ط ہ س اور ط ہ ک مین ضلع س ہ برابر
ہے ضلع ک ہ کے اور ہ ط دونون مین مشترک ہے اور قاعدہ
ط س برابر قاعدہ ط ک کے ہے علاوہ زاویہ س ہ ط

برابر ہے زاویہ ک ہ ط کے اور یہ زاویہ متصلہ ہین جب ایک خط پر دوسرا

خط کھڑا ہوا اور زاویہ متصلہ برابر ہون تو ہر ایک قائمہ ہین (حد ۱۰) اسلیے

زاویہ س ہ ط و ک ہ ط ہر ایک قائمہ ہین اور یہی ثابت کرنا تھا۔

نتیجہ۔ اس سے یہ ثابت ہوا کہ اگر ایک خط مستقیم کو دوسرے خط مستقیم سے

ملا کر رکھین تو اونکا ایک مشترک حصہ نہین ہو سکتا۔

اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم ا د ہ و ا د ک کا خط ا د

حصہ مشترک ہے نقطہ د سے عمود د ط نکالو

ثبوت۔ کیونکہ خط د ط خط

ا د ہ پر عمود ہے تو زاویہ ط د ہ ایک قائمہ ہے اور ا د ک پر بھی خط

ط د عمود ہے اسلیے زاویہ ط د ک بھی ایک قائمہ ہے تو زاویہ ط د ہ

برابر ہوا زاویہ ط د ک کے (علوم متعارفہ ۱۱) تو جز برابر کل کے ہوا

جو کہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) تو دو خط مستقیم الخ

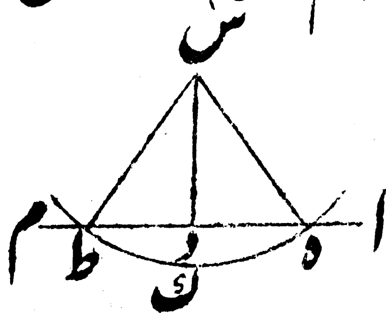
سوال ایک خط محدود کے نقطہ انتہا سے بلا بڑھائے خط کے خط مذکور پر عمود نکالو

مسئلہ ۱۲۔ عملی

ایک نقطہ سے جو کہ ایک خط غیر محدود سے خارج ہو خط مذکور پر عمود گرانا چاہتے ہین

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ ام ایک خط غیر محدود ہے اور نقطہ س اوس سے خارج ہے چاہتے ہین کہ نقطہ س سے خط ام پر عمود ڈالین۔

عمل۔ خط ام کے دوسری جانب کوئی نقطہ ک فرض کرو اور مرکز س سے بس ک دوری پر نصف دائرہ ک ہ ط بناؤ (اصول موضوعہ ۳) اور خط ہ ط کو نقطہ د پر نصف کرو (ام شکل) اور ملاؤ د س تو خط د س جو کہ نقطہ س سے نکلا ہے خط ام پر عمود ہے ملاؤ ہ س و ط س کو



ثبوت۔ کیونکہ مثلث ط د س و د س مین ضلع د ط برابر ہے ضلع د ہ کے عملاً اور د س دونون مین مشترک ہے اور قاعدہ س ط برابر ہے قاعدہ س ہ کے (حشا) تو زاویہ ط د س برابر ہوا زاویہ ہ د س کے (ام شش) لیکن یہ زاویہ متصلہ ہین اسلیے ہر ایک قائمہ ہین اور خط س د عمود ہے (حدا) اور یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ۱۳ - عملی

جبکہ ایک خط مستقیم پر دوسرا خط مستقیم گرے
تو اوسکے ایک جانب جو دو زاویہ پیدا ہونگے
دو قائمہ ہونگے یا ملکر برابر دو قائمہ کے ہونگے

دعوی خاص - فرض کرو کہ خط ہ ک پر خط ا د کے گرنے سے ایک ہی طرف دو زاویہ ہ د ا و ا د ک پیدا ہوتے ہین تو ہر ایک قائمہ ہین یا ملکر برابر دو قائمہ کے ہونگے



ثبوت - اگر زاویہ ہ د ا برابر ہے زاویہ ک د ا کے تو ہر ایک قائمہ ہے (حد ۱۰) اور اگر نہین تو نقطہ د سے خط ہ ک پر عمود د س نکالو (ا م ۱۱) کیونکہ زاویہ ہ د س برابر ہے دو زاویہ ہ د ا و ا د س کے ان مساویون مین زاویہ س د ک کو جمع کرو تو دو زاویہ ہ د س اور س د ک برابر ہین تین زاویہ ہ د ا و ا د س و س د ک کے (علوم متعارف ۲)

پھر کیونکہ زاویہ ک دا برابر ہے دونا زاویہ ک دس وس دا کی
ان مساویوںمین زاویہ ادہ کو جمع کرو تو دو زاویہ ک دا وا دہ
برابر ہین تین زاویہ ک دس وس دا وا دہ کے (علوم متعارفہ ۲)
اور پہلے ثابت ہوا کہ یہی تین زاویہ برابر ہین دو زاویہ ہ دس وس دک
کے اسلیے زاویہ ہ دس وس دک برابر ہین زاویہ ہ دا وا دک
کے (علوم متعارفہ ۱) لیکن زاویہ ہ دس وس دک دو قائمہ ہین
عملاً اسلیے زاویہ ہ دا وا دک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین اور یہی مطلوب تھا

سوال جو دو زاویہ کہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہون اون دونون کو اگر
دو خطوط مستقیم نصف کرین تو دونون خطوط مستقیم تناصف باہم عمود ہین

مسئلہ ۱۴ - نظری

اگر ایک خط مستقیم کے ایک نقطہ پر دو اور
خط مستقیم اوسکے دو جانب سے آکر ملین اور دو زاویہ
برابر دو قائمہ کے بناوین تو وہ خطوط ایک خط مستقیم ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط اد کے نقطہ د پر دو خط مستقیم
ط د وک دا اوسکے دونون جانب سے آکر ملتے ہین اور زاویہ

متصلہ ا د ط و ا د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین تو خط ط د و ک د ایک خط مستقیم ہے

ثبوت اگر د ک و ک

ط

د ط ایک خط مستقیم نہین تو فرض کرو کہ خط ط د و د س ایک خط مستقیم ہین خط ط د س پر خط ا د گرتا ہے اسلیئے زاویہ ط د ا اور

ا د س ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ا م ۱۳ مس) لیکن زاویہ ط د ا اور ا د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین دعوی ہے تو زاویہ ط د ا و ا د س برابر ہیں زاویہ ط د ا و ا د ک کے (علوم متعارفہ ۱) انمین سے مشترک

زاویہ ط د ا کو طرح دو تو باقی زاویہ ا د س برابر ہوا باقی زاویہ ا د ک کے (علوم متعارفہ ۳) یعنے جز برابر ہوا کل کے یہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) اسیطرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سواے خط ک د کے اور کوئی خط د ط کے ساتھ ایک خط مستقیم نہین ہو سکتا۔

سوال ح اگر ایک خط مستقیم کے ایک نقطہ پر اوسکے ایک ہی جانب سے دو خط مستقیم اگر ملین اور ہر ایک زاویۂ قائمہ خط مفروض سے ملکر بناوین تو وے دونون خطوط باہم منطبق ہونگے۔

مسئلہ ۵ انفرادی

اگر دو خطوط مستقیم باہم تقاطع کریں
تو زاویہ متقابلہ باہم برابر ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط ا د، ط س نقطہ ہ پر قطع ہوتے ہیں تو زاویہ د ہ س برابر ہے زاویہ ط ہ ا کے اور زاویہ ا ہ س برابر ہے زاویہ ط ہ د کے۔

ثبوت — کیونکہ خط س ط پر خط ا ہ گرتا ہے تو زاویہ س ہ ا اور ا ہ ط ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں (ام ۱۳) اور اسیطرح خط ا د پر س ہ گرتا ہے تو زاویہ ا ہ س و س ہ د ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں اسلیے زاویہ ط ہ ا و ا ہ س ملکر برابر ہیں زاویہ ا ہ س و س ہ د کے (علوم متعارفہ ۱) انمیں سے مشترک زاویہ ا ہ س کو طرح دو تو باقی زاویہ ط ہ ا برابر ہوا باقی زاویہ س ہ د کے (علوم متعارفہ ۳) اسیطرح ثابت ہوگا کہ زاویہ ا ہ س برابر ہے زاویہ ط ہ د کے اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ — اس سے ثابت ہوا کہ جب دو خط آپسمین کسی نقطہ پر قطع

ہوان تو سب زاویہ ملکر برابر چار قائمہ کے ہونگے۔

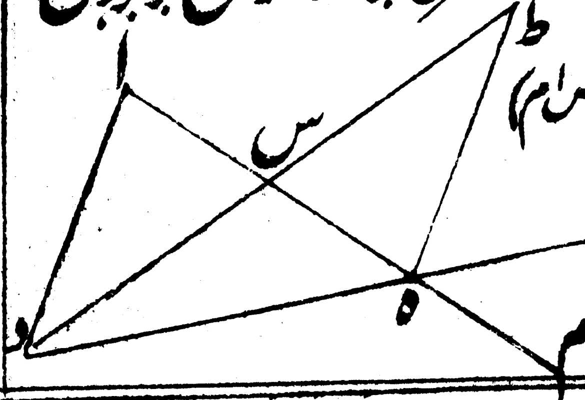
نتیجہ ۲ ۔ جبکہ ایک نقطہ پر کئی خطوط ملین تو سب زاویہ ملکر برابر چار قائمہ کے ہونگے۔

سوال ۔ اگر دو خط باہم متقاطع ہون اور مقابل کے زاویہ نصف کیے جاوین تو خطوط تنا صف زاویہ ایک خط مستقیم مین ہونگے۔

مسئلہ ۱۶ نظری

اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑہایا جاوے تو زاویہ خارجہ بڑا ہوگا ہر ایک زاویہ داخلہ متقابلہ سے

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کا ضلع د ہ نقطہ ک تک بڑہایا گیا تو زاویہ ا ہ ک بڑا ہوگا ہر ایک زاویہ داخلہ متقابلہ ہ ا د ہ د ا سے خط ا ہ کو نقطہ س پر نصف کرو (ام سنلس) اور د س کو ملا کر نقطہ ط تک اسطرح بڑہاؤ کہ د س برابر ہو س ط کے (اصول موضوعہ اور ش ا م) اور ملاؤ ط ہ کو ک



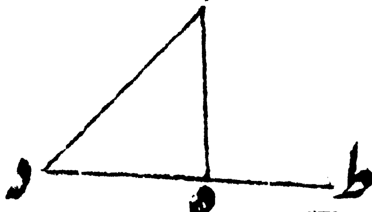
ثبوت — کیونکہ مثلث اس د و ہ س ط مین ضلع اس برابر ہے ضلع ہ س کے اور ضلع د س برابر ہے ضلع س ط کے عملاً اور زاویہ درمیانی اس د برابر ہے زاویہ درمیانی ہ س ط کے (ام ۱۵ش) تو قاعدہ اد برابر ہے قاعدہ ط ہ کے (ام ۴ش) اور زاویہ س ہ ط برابر ہے زاویہ س ا د کے لیکن زاویہ س ہ ک بڑا ہے زاویہ س ہ ط سے تو زاویہ ا ہ ک بڑا ہوا زاویہ ہ ا د سے اور اسیطرح اگر ضلع ا ہ کو نقطہ م تک بڑھاوین تو ثابت ہوگا کہ زاویہ ا د ہ چھوٹا ہے زاویہ د ہ م یعنے زاویہ ا ہ ک سے اور یہی ثابت کرنا تھا —

سوال ایک خط مفروض پر ایک نقطۂ خارج سے صرف ایک ہی عمود نکال سکتے ہین

مسئلہ ۱۷ نظری

ہر ایک مثلث کے دو زاویہ ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہوتے ہین

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کے دو زاویہ ا ہ د و ا د ہ ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہین



بڑھاؤ خط د ہ کو ط تک

ثبوت — کیونکہ زاویہ ا ہ ط بڑا ہے زاویہ ا د ہ سے (ام ۱۶ش)

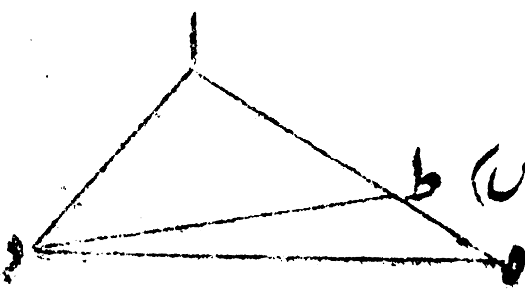
انمین زاویہ اہ د کو جمع کرو تو زاویہ اہ ط و اہ و ملکر بڑا ہوا زاویہ اہ د و اد ہ سے (علوم متعارفہ ۸) لیکن زاویہ اہ ط و اہ و ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۱۳) تو زاویہ اہ د و اد ہ ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہین اور اسیطرح ثابت ہو سکتا ہے کہ مثلث کے کوئی دو زاویہ ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہوتے ہین اور یہی ثابت کرنا تھا۔

سوال مثلث کے تین زاویہ داخلہ ملکر تین قائمہ سے چھوٹے ہوتے ہین اور تین زاویہ خارجہ ملکر بڑے ہین تین قائمہ سے۔

مسئلہ ۱۸ نظری

ہر مثلث کے بڑے ضلع کے مقابل کا زاویہ بھی بڑا ہوتا ہے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث اد و کا ضلع اہ بڑا ہے ضلع اد سے تو زاویہ اد ہ بڑا ہوگا زاویہ اہ د سے خط اہ سے حصہ اط برابر خط اد کے قطع کرو (ام ۳) اور ملاؤ د ط کو



ثبوت - مثلث اط د کا ضلع اط برابر ہے ضلع اد کے

تو زاویہ اط د برابر ہے زاویہ ا د ط کے (ام ۵) لیکن زاویہ

خارجہ اط د بڑا ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ اہ د سے (ام ۱۶)

اسلیے زاویہ ا د ط بھی بڑا ہے زاویہ اہ د سے تو کل زاویہ اد ہ

بہت ہی بڑا ہوا زاویہ اہ د سے اور یہی ثابت کرنا تھا۔

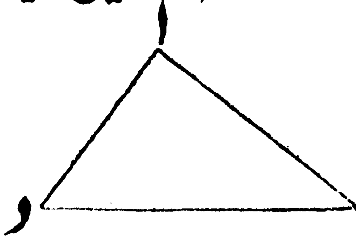
مسئلہ ۱۹ - نظری

ہر ایک مثلث میں بڑے زاویہ کے مقابل کا ضلع بھی بڑا ہوتا ہے۔

دعوی خاص - فرض کرو کہ مثلث اہ د میں زاویہ اد ہ بڑا ہے

زاویہ اہ د سے تو ضلع

اہ بڑا ہوگا ضلع اد سے



ثبوت - اگر ضلع اہ بڑا ہے ضلع اد سے تو مطلب ثابت ہے

ورنہ ضلع اہ ضلع اد کے برابر ہوگا یا ضلع اد سے چھوٹا ہوگا

فرض کرو کہ ضلع اہ برابر ہے ضلع اد کے تو زاویہ اہ د برابر ہوا

زاویہ اد ہ کے (ام ۵) اور یہ دعوے سے خلاف ہے

تو خط اد اور خط اد باہم برابر نہیں پھر فرض کرو کہ ضلع اہ

چھوٹا ہے ضلع ا د سے تو زاویہ ا و د چھوٹا ہے زاویہ ا ہ و سے (ام ۱۸ شلس) یہ بھی خلاف ہے دعوے سے جبکہ ضلع ا ہ و ا د باہم برابر نہین اور ضلع ا ہ ضلع ا د سے چھوٹا نہین تو ضرور ضلع ا ہ بڑا ہے ضلع ا د سے اور یہی ثابت کرنا تھا۔

سوال اگر ایک خط پر ایک نقطہ خارج سے کئی خط کھینچے جاوین تو عمود سب سے چھوٹا ہوگا اور جو خط کہ عمود کے قریب ہین بہ نسبت دور والے کی چھوٹے ہین اور عمود کے دونون جانب دو ہی خط باہم برابر بنا سکتے ہین

مسئلہ ۲۰ نظری

ہر ایک مثلث کے دو ضلع ملکر تیسرے ضلع سے بڑے ہوتے ہین

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کے دو ضلع ا د و ا د ملکر بڑے ہین ضلع د ہ سے

ضلع د ا کو بڑھا کر خط اط برابر خط ا ہ کے قطع کرو (اصول موضوعہ ۲ ام ۳ س) اور ملاؤ ط ہ کو

ثبوت کیونکہ مثلث اط ہ مین ضلع اط برابر ہے ضلع ا ہ کے تو زاویہ اط ہ برابر ہے زاویہ ا ہ ط کے

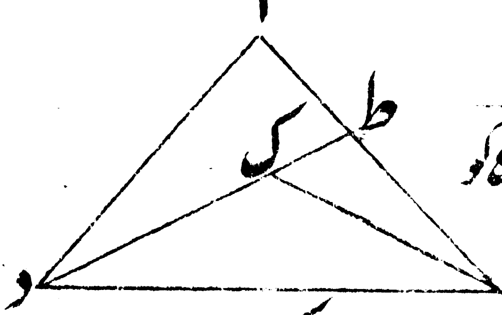
(ام شش) لیکن زاویہ د ہ ط بڑا ہے زاویہ ا ہ ط سے
(علوم متعارفہ ۹) اسلیے زاویہ د ہ ط بڑا ہے زاویہ ہ ط ا سے
پھر کیونکہ مثلث ط د ہ مین زاویہ د ہ ط بڑا ہے زاویہ ہ ط د
سے تو ضلع ط د بڑا ہوا ضلع ہ د سے (ام ۱۹ ش) لیکن ضلع ط د
برابر ہے دو ضلع ا ہ و ا د کے اسلیے دو ضلع ا ہ و ا د ملکر بڑے
ہین ضلع ہ د سے اسیطرح ثابت ہوگا کہ ضلع ا ہ و ہ د
ملکر بڑے ہین ضلع ا د سے اور ضلع ا د و د ہ ملکر بڑے ہین
ضلع ا د سے اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال مثلث مین دو ضلع کا تفاوت چھوٹا ہوتا ہی تیسرے ضلع سے

مسئلہ ۲۱ - نظری

اگر ایک مثلث کے ایک ضلع کی دونون حدون سے دو خط
مستقیم نکلکر مثلث کے اندر کسی نقطہ پر ملین تو ان دونون
خطونکا مجموعہ مثلث کے باقی دو اضلاع کے مجموعہ سے چھوٹا ہوگا
لیکن جو زاویہ کہ ان دونون خطون سے بنیگا بڑا ہوگا اوس
زاویہ سے جو کہ مثلث کے باقی دو اضلاع مذکورہ سے بنتا ہے

دعوی خاص ـ فرض کرو کہ مثلث ا ہ د مین خط د ہ کے دونون انتہا ہ و د سے دو خط مستقیم ہ ک و د ک نکلکر مثلث کے اندر نقطہ ک پہ ملتے ہین تو ہ ک و د ک ملکر چھوٹے ہین د ا و د ا کے مجموعہ سے لیکن زاویہ ہ ک د بڑا ہے زاویہ د ا ہ سے



خط د ک کو بڑھاؤ کہ ضلع ا ہ کو نقطہ ط پر قطع کرے

ثبوت ـ کیونکہ مثلث ک ط ہ کے دو ضلع ک ط و ط ہ ملکر بڑے ہین ضلع ک ہ سے (ا م ۲۰ س) ان دونون غیر مساویون مین ضلع د ک کو جمع کرو تو ضلع د ط و ط ہ ملکر بڑے ہین ضلع د ک اور ک ہ کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۴) پھر کیونکہ مثلث د ا ط کا دو ضلع د ا و ا ط ملکر بڑا ہے ضلع د ط سے (ا م ۲۰ س) ان غیر مساویون مین جمع کرو ط ہ کو تو د ا و ا ہ ملکر بڑا ہی د ط و ط ہ کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۴) اور پہلے ثابت ہوا کہ ضلع د ط و ط ہ ملکر بڑا ہے ضلع د ک و ک ہ سے اسلیے ضلع د ا و ا ہ ملکر

بہت ہی بڑا ہے ضلع دک وک ہ کے مجموعہ سے

پھر کیونکہ مثلث د اط کا زاویہ خارجہ د ط ہ بڑا ہوا اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ

د اط سے (ام ۱۶ س) لیکن مثلث ک ط ہ کا زاویہ خارجہ

د ک ہ بڑا ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ ک ط ہ سے (ام ۱۶ س)

اسلیے زاویہ د ک ہ بہت ہی بڑا ہے زاویہ د ا ہ سے اور یہی ثابت کرنا تھا

سوال اگر مثلث کے اندر ایک نقطہ فرض کرکے تین خط تینوں زاویوں تک

وصل کیے جاوین تو ان تینوں خطونکا مجموعہ اضلاع مثلث سے چھوٹا ہوگا اور

نصف مجموعہ اضلاع سے بڑا ہوگا

مسئلہ ۲۲ عملی

چاہتے ہین کہ ایک مثلث بناوین جسکے تینوں ضلع برابر ہوں

ایسے تین خط مفروض کے جنمین دو دو خط کا مجموعہ بڑا ہو تیسرے خط سے

دعوی خاص — فرض کرو کہ تین خط مفروض ا و ل و ر ہین

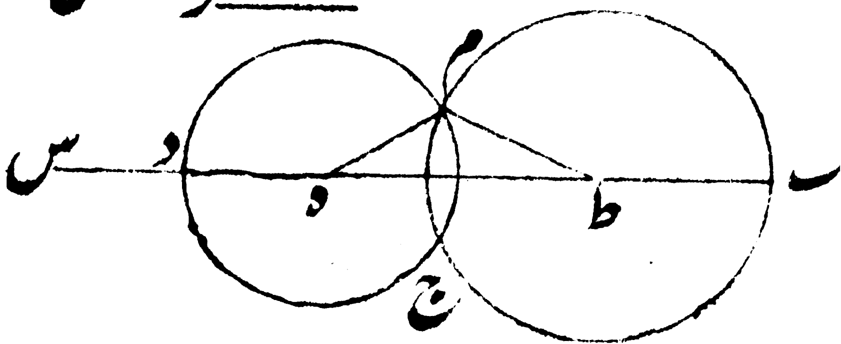
جنمین خط ا و ل ملکر بڑا ہے خط ر سے اور خط ا و ر ملکر بڑا ہے

خط ل سے اور خط ل و ر ملکر بڑا ہے خط ا سے ایک ایسا

مثلث بناؤ کہ جسکے تینوں اضلاع علیحدہ علیحدہ برابر ہوں خطوط

و ل و ر کے

عمل - ایک خط ک س فرض کرو جو کہ ک کے طرف محدود ہو
... طرف غیر محدود ہو تو خط ک س سے حصہ ک ط برابر خط ا
... کے اور خط ط ہ برابر خط ل کے اور خط ہ د برابر خط ر کے
قطع کرو (ام ۳س) اور مرکز ط سے ط ک دوری پر دائرہ
ک م ج بناؤ (اصول موضوعہ ۳) اسیطرح ہ مرکز سے ہ د
دوری پر دائرہ د م ج بناؤ اور وصل کرو ہ م و ط م کو تو عمل
موافق دعویٰ کے ہوا یعنے مثلث ط م ہ بنا جنکے تینون اضلاع برابر
ہین تین خط مفروض کے



ثبوت - کیونکہ ط مرکز ہے دائرہ ک م ج کا اسلیے ط ک
برابر ہے ط م کے (ح ۱۵) لیکن ط ک برابر ہے خط ا کے

اسلیے ط م بھی برابر ہے خط آ ک کے (علوم متعارفہ) اور اسیطرح
ہ مرکز ہے دائرہ د م ج کا اسلیے ہ د برابر ہے ہ م
کے لیکن د د برابر ہے خط ار کے عملاً تو ہ م بھی برابر ہے خط ار
کے (علوم متعارفہ) اور ہ ط برابر ہے خط ل ک کے تو مثلث مطلوب بنا
سوال ایک مثلث برابر ایک مثلث مفروض کے بناؤ۔

مسئلہ ۲۳ - عملی

ایک خط مفروض کے ایک نقطۂ معین پر ایک اور یہ برابر
ایک زاویہ مفروض کے بنانا ہو

دعوی خاص - فرض کرو کہ زاویہ ک س م ہے اور خط
آ د مین نقطہ معین آ ہے جسپر کہ زاویہ ک س م کے برابر ایک
زاویہ بنانا ہے۔

عمل - خط س ک مین ایک نقطہ ک و خط س م میں ایک
نقطہ م فرض کرو اور ملاؤ ک م کو اور ایک مثلث ا ہ ط بناؤ
جسکے اضلاع برابر ہوں تین خط مفروض س ک و ک م و م س
کے (ام ۲۲) تو عمل موافق دعوے کے ہوا کہ نقطہ معین ا پر

زاویہ ہ ا ط برابر زاویہ ک س م کے بنا



ثبوت - کیونکہ مثلث س ک م و ا ہ ط مین ضلع س ک برابر ہے ضلع ا ہ کے اور ضلع س م برابر ضلع ا ط کے اور ضلع م ک برابر ضلع ط ہ کے ہے عملاً تو زاویہ ک س م برابر زاویہ ہ ا ط کے ہوا (ا م ش) اور یہی مطلوب تھا

سوال - ایک خط کے ایک نقطۂ مفروض پر ایک ایسا زاویہ بناؤ کہ وہ اور ایک زاویہ مفروض ملکر برابر دو قائمہ کے ہو

مسئلہ ۲۴ نظری

اگر ایک مثلث کے دو ضلع برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو ضلع کے اپنی اپنی نظیر سے لیکن ایک مثلث کا زاویہ میانی بڑا ہو دوسرے مثلث کے زاویہ درمیانی سے تو بڑے زاویہ کے مقابل کا ضلع بھی بڑا ہوگا چھوٹے زاویہ کے مقابل کے ضلع سے

دعویٰ خاص – فرض کرو کہ دو مثلث ا د ہ و ک ل س
جنمیں ضلع ا د برابر ہے ضلع ک س کے اور ضلع ا ہ برابر ضلع
ک ل کے ہے لیکن زاویہ د ا ہ بڑا ہے زاویہ س ک ل سے
تو قاعدہ د ہ بڑا ہوگا قاعدہ س ل سے

خط س ک کے نقطہ ک پر زاویہ س ک ط برابر زاویہ د ا ہ کے بناؤ
(ام ۲۳) اور خط ک ط برابر خط ا ہ یا ک ل کے ک
قطع کرو (ام ۳)
اور ملاؤ ط س و
ط ل کو

ثبوت – کیونکہ مثلث ا د ہ و ک س ط میں ضلع ا د برابر ہے
ضلع ک س کے اور ضلع ا ہ برابر ہے ضلع ک ط کے اور زاویہ درمیانی
د ا ہ برابر ہے زاویہ درمیانی س ک ط کے تو قاعدہ د ہ برابر
ہوا قاعدہ س ط کے (ام ۴) پھر کیونکہ مثلث ک ط ل
میں ضلع ک ط برابر ہے ضلع ک ل کے عملاً تو زاویہ ک ط ل برابر
ہوا زاویہ ک ل ط کے (ام ۵) لیکن زاویہ ک ط ل بڑا ہے

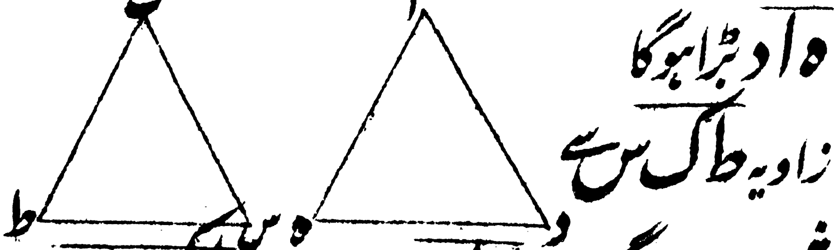
زاویہ س ل د سے تو زاویہ ک ل ط بھی بڑا ہے زاویہ س ط ل سے تو کل زاویہ س ل ط بہت ہی بڑا ہے زاویہ س ط ل سے پھر کیونکہ مثلث س ط ل میں زاویہ س ل ط بڑا ہے زاویہ س ط ل سے تو ضلع س ط بڑا ہوا ضلع س ل سے (ام ۱۹ س) لیکن ضلع س ط برابر ہے ضلع د ہ کے اسلیے ضلع د ہ بڑا ہوا ضلع س ل سے یہی مطلوب تھا۔

سوال ۔ اگر بڑے زاویہ کے کسی ضلع ا د یا ا ہ کے نقطہ ا پر چھوٹے زاویہ کے برابر زاویہ بنایا جاوے تو تین مختلف حالتیں پیدا ہونگی یعنے خط ک ط مثلث د ا ہ کے اندر یا باہر یا قاعدہ د ہ پر واقع ہوگا تینوں طرح سے ثابت کرو

مسئلہ ۲۵ نظری

اگر ایک مثلث کے دو ضلع برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو ضلع کے اپنی اپنی نظیر سے لیکن قاعدہ ایک مثلث کا بڑا ہو دوسرے مثلث کے قاعدے سے تو بڑے قاعدہ کے مقابل کا زاویہ بڑا ہوگا چھوٹے قاعدہ کے مقابل کے زاویہ سے

دعوی خاص - فرض کرو کہ مثلث اہ د ک ط س مین ضلع اہ برابر ہے ضلع ک ط کے اور ضلع اد برابر ہے ضلع ک س کے اور قاعدہ ہ د بڑا ہے قاعدہ ط س سے تو زاویہ ہ اد بڑا ہوگا زاویہ ط ک س سے

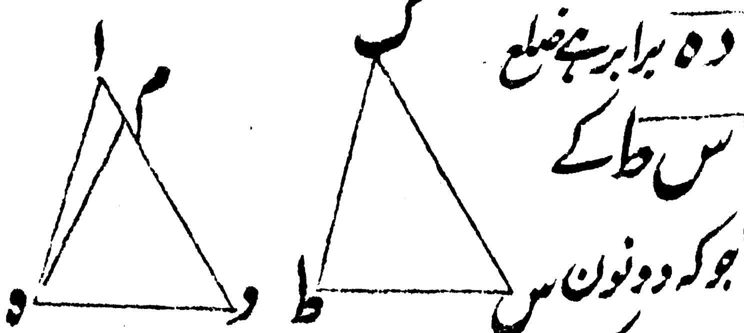


ثبوت - اگر زاویہ ہ اد بڑا ہے زاویہ ط ک س سے تو مطلب ثابت ہے ورنہ زاویہ ہ اد زاویہ ط ک س کے برابر ہوگا یا اوس سے چھوٹا ہوگا فرض کرو کہ زاویہ ہ اد برابر ہے زاویہ ط ک س کے تو قاعدہ ہ د برابر ہوگا قاعدہ ط س کے (ام ۴ س) یہ خلاف دعوی ہے اور اگر زاویہ ہ اد چھوٹا ہے زاویہ ط ک س سے تو ضلع ہ د چھوٹا ہی ضلع ط س سے (ام ۲۴ س) یہ بھی خلاف دعوے ہے جبکہ زاویہ ہ اد برابر و چھوٹا زاویہ ط ک س کے نہین ثابت ہوا تو ضرور بڑا ہے اور یہی ثابت کرنا تھا -

مسئلہ ۲۶ نظری

جبکہ ایک مثلث کے دو زاویہ اور ایک ضلع برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو زاویہ اور ایک ضلع کے اپنی اپنی نظیر سے تو دونوں مثلثوں کے باقی ضلع اور زاویہ اپنی اپنی نظیر سے برابر ہونگے اور مثلث برابر ہوگا مثلث کے

دعوی خاص - فرض کرو کہ مثلث ا ہ د ک س ط میں زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ ک س ط کے اور زاویہ ا ہ د برابر ہے زاویہ ک ط س کے اور ایک ضلع بھی برابر ہے ایک ضلع کے تو دونوں مثلثوں کے باقی ضلع اور زاویہ باہم برابر ہونگے اور مثلث ا د ہ برابر ہوگا مثلث ک س ط کے پہلے فرض کرو کہ ضلع د ہ برابر ہے ضلع س ط کے

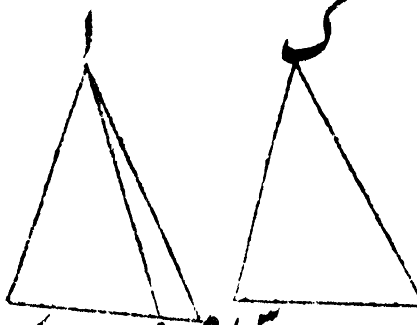


جو کہ دونوں س زاویوں کے ضلع متصلہ ہیں

ثبوت - اگر ضلع ا د برابر ہے ضلع ک س کے تو مطلب ثابت

ہے ورنہ فرض کرو کہ ا د بڑا ہے ک س سے تو ا د سے حصہ م د
برابر ک س کے قطع کرو (ام ۳ س) اور ملاؤ م ہ کو تو دو مثلث
م د ہ و ک س ط مین ضلع م د برابر ہے ضلع ک س کے
عملاً اور ضلع د ہ برابر ہے ضلع س ط کے فرضاً اور زاویہ م د ہ
برابر ہے زاویہ ک س ط کے تو قاعدہ م ہ برابر ہوا قاعدہ ک ط
کے (ام ۴ س) اور زاویہ م ہ د برابر ہے زاویہ ک ط س
کے لیکن زاویہ ک ط س برابر ہے زاویہ ا ہ د کے اسلیے زاویہ
ا ہ د برابر ہوا زاویہ م ہ د کے (علوم متعارفہ ۱) یعنے جز برابر ہوا
کل کے یہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) تو ضلع ا د ضلع ک س
سے بڑا نہین اور ثابت ہوسکتا ہے کہ چھوٹا بھی نہین تو برابر ہے
جبکہ ضلع ا د برابر ضلع ک س کے اور ضلع د ہ برابر ہے ضلع
س ط کے اور زاویہ درمیانی ا د ہ بھی برابر ہے زاویہ درمیانی
ک س ط کے تو قاعدہ ا ہ برابر ہے قاعدہ ک ط کے
(ام ۴ س) اور زاویہ ہ ا د برابر ہے زاویہ ط ک س کے
اور مثلث ا د ہ برابر ہے مثلث ک س ط کے یہی ثابت کرنا تھا

دوسرے فرض کرو کہ مثلث ا د ہ و ک س ط میں زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ ک س ط کے اور زاویہ ا ہ د برابر ہے زاویہ ک ط س کے اور ضلع ا د برابر ہے ضلع ک س کے جو برابر زاویہ کے مقابل کا ضلع ہے تو مثلث ا د ہ برابر ہوگا مثلث ک س ط کے اور باقی ضلع اور زاویہ اپنی نظیر سے برابر ہونگے



ثبوت - اگر ضلع د ہ برابر ہے ضلع س ط کے تو مطلب ثابت ہے ورنہ فرض کرو کہ ضلع د ہ بڑا ہے ضلع س ط سے تو خط د ہ سے حصہ د م برابر خط س ط کے قطع کرو (ا م ۳ س) اور ملاؤ ا م کو تو دو مثلث ا د م و ک س ط میں ضلع ا د برابر ہے ضلع ک س کے اور ضلع د م برابر ہے ضلع س ط کے اور زاویہ ا د م برابر ہے زاویہ ک س ط کے اسلیے قاعدہ ا م برابر ہے قاعدہ ک ط کے (ا م ۴ س) تو مثلث ا د م و ک س ط برابر ہوے اور زاویہ ا م د برابر ہے زاویہ ک ط س کے لیکن زاویہ ک ط س برابر ہے

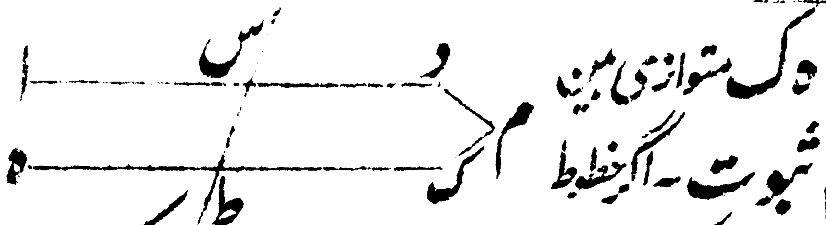
زاویہ ا ہ د کے دعوے سے اسلیے زاویہ ا ہ د برابر ہوا زاویہ ا م د
کے علوم متعارفہ لیکن زاویہ خارجہ ا م د بڑا ہے زاویہ ا ہ د
سے یہ غیر ممکن ہے ایک چیز ایک ہی حالت مین برابر اور بڑی ہو تو
ضلع د ہ ضلع س ط سے بڑا نہین اور اسیطرح ثابت ہوگا کہ ضلع
د ہ ضلع س ط سے چھوٹا بھی نہین ہے بلکہ برابر ہے پھر کیونکہ دو
مثلث ا د ہ و ک س ط مین ضلع ا د برابر ضلع ک س کے ہے
اور ضلع د ہ برابر ضلع س ط کے اور زاویہ ا د ہ برابر زاویہ
ک س ط کے ہے تو قاعدہ ا ہ برابر ہے قاعدہ ک ط کے
اور مثلث ا د ہ برابر ہے مثلث ک ط س کے اور باقی زاویہ د ا ہ
برابر ہے باقی زاویہ س ک ط کے (ا م ھ) اور یہی ثابت کرنا تھا
سوال مثلث متساوی الساقین مین اگر ایک خط زاویہ راس سے
قاعدے پر نکالا جاوے کہ قاعدہ کو نصف کرے تو زاویہ راس کو بھی نصف
کریگا اور اگر زاویہ راس کو نصف کرے تو قاعدہ کو بھی نصف کریگا اور عمود ہوگا

مسئلہ ۲۷ نظری

اگر دو خطوط مستقیم پر تیسرے خط مستقیم کے گرنے سے

زاویہ متبادلہ برابر پیدا ہوں تو وہی دونوں خطوط متوازی ہونگے

دعویٰ خاص ـ فرض کرو کہ خطوط ا د و د ک پر خط س ط گرتا ہے اور زاویہ ا س ط برابر زاویہ متبادلہ س ط ک کے اور زاویہ ط س د برابر ہے زاویہ متبادلہ س ط ہ کے تو خط ا د و د ک متوازی ہیں



ثبوت ـ اگر خطوط ا د و ہ ک متوازی نہیں تو بڑھانے سے نقاط د و ک یا نقاط ا و ہ کے طرف کسی نقطہ پر ملجاوینگے فرض کرو کہ نقاط د و ک کیطرف بڑھانے سے نقطہ م پر ملتے ہیں تو مثلث س م ط کا زاویہ خارجہ ا س ط بڑا ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ س ط م سے (رام ۱۶ ش) یہ خلاف دعویٰ ہے کیونکہ زاویہ ا س ط و س ط م باہم برابر ہیں تو خط ا د و ہ ک متوازی ہیں اور اسیطرح ثابت ہوگا کہ نقاط ا و ہ کے طرف بڑھانے سے نہ مل جاوینگے اور یہی ثابت کرنا تھا

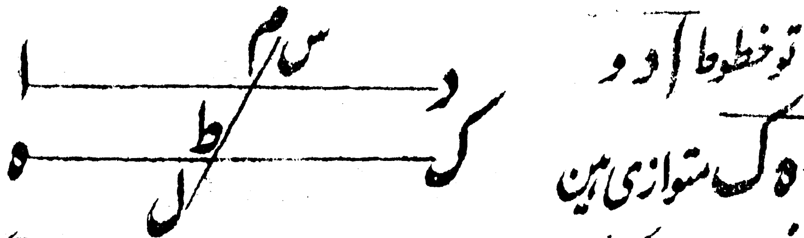
سوال اگر دو خطوط مستقیم پر تیسرا خط مستقیم گرے اور خارجہ متبادلہ زاویہ برابر ہوں تو وہی خطوط متوازی ہونگے شکل ۲ میں دیکھو کہ زاویہ ا س م

برابر ہے زاویہ ک ط ل کے تو خط ا د و ہ ک متوازی ہونگے

مسئلہ ۲۸ نظری

اگر دو خطوط مستقیم پر تیسرا خط مستقیم گرے اور ایک جانب کا زاویۂ خارجہ برابر ہو اپنے داخلہ متقابلہ زاویے کے یا ایک ہی طرف کے دو داخلہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہوں تو وے دونوں خطوط متوازی ہونگے۔

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ خطوط ا د و ہ ک پر خط م ل گرتا ہے اور زاویہ خارجہ م س د برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ س ط ک کے تو خط ا د و ہ ک متوازی ہیں یا مرا ایکطرف کے دو داخلہ زاویہ د س ط و س ط ک ملکر دو قائمہ کے برابر ہیں تو خطوط ا د و ہ ک متوازی ہیں



ثبوت۔ کیونکہ زاویہ م س د برابر ہے زاویہ ا س ط کے (ا م شکل ۱۵) لیکن زاویہ م س د برابر ہے زاویہ س ط ک کے فرضًا اسلیے زاویہ ا س ط برابر ہے زاویہ س ط ک کے

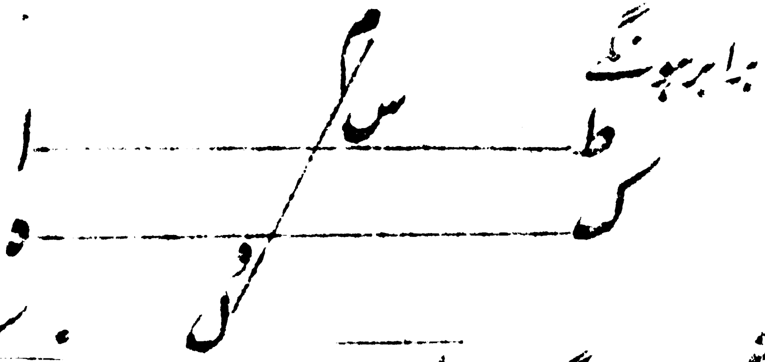
علاوہ متعارفہ ۱) لیکن یہ زاویہ متبادلہ ہیں اسلیئے خط ا د متوازی خط
د ک کا ہے (ام ۲۷ ش)
پھر کیونکہ زاویہ ا س ط و ط س د ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں
(ام ۱۳ ش) لیکن زاویہ د س ط و س ط ک ملکر برابر دو قائمہ
کے ہیں فرضاً اسلیئے زاویہ ا س ط و ط س د ملکر برابر ہیں زاویہ
د س ط و س ط ک کے مجموعہ سے (علاوہ متعارفہ ۱) انمیں سے
مشترک زاویہ ط س د کو طرح دو تو باقی زاویہ ا س ط برابر ہے
باقی زاویہ س ط ک کے لیکن یہ زاویہ متبادلہ ہیں اسلیئے خط ا و
متوازی خط د ک کا ہے (ام ۲۷ ش) اور یہی ثابت کرنا تھا۔

مسئلہ ۲۹ - نظری

اگر دو خطوط متوازی پر تیسرا خط گرے تو زاویہ متبادلہ باہم
برابر ہونگے اور زاویہ خارجہ اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ کے
برابر ہوگا اور ایکطرف کے دو داخلہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہونگے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خطوط متوازی ا ط و ک پر
خط م ل گرتا ہے تو زاویہ متبادلہ ا س د برابر ہے زاویہ س د ک کے

اور زاویہ خارجہ م س ط برابر ہے اپنے داخلہ مقابلہ زاویہ س دک کے اور ایکطرف کے دو زاویہ ط س د و س دک ملکر دو قائمہ کے برابر ہونگے



ثبوت - اگر زاویہ ا س د برابر نہیں ہے زاویہ س دک کے تو ایک ان میں بڑا ہوگا فرض کرو کہ زاویہ ا س د بڑا ہے زاویہ س دک سے ان دونوں میں زاویہ د س ط کو جمع کرو تو زاویہ ا س د و د س ط ملکر بڑے ہیں زاویہ ط س د و س دک سے (علوم متعارفہ ۴) لیکن زاویہ ا س د و د س ط ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں (ام ۱۳) اسلیے زاویہ ط س د و س دک دو قائمہ سے چھوٹے ہونگے تو خطوط ا ط و ہ ک نقاط ط و ک کیطرف بڑھانے سے ملجاوینگے (علوم متعارفہ ۱۲) تو نتیجہ متوازی ہونے کے خلاف دعوی ہے اسلیے زاویہ ا س د بڑا نہیں زاویہ س دک سے بلکہ برابر ہے -

پھر کیونکہ زاویہ م س ط برابر ہے زاویہ ا س د کے (ام ۱۵)

لیکن ثابت ہوا کہ زاویہ اس د برابر ہے زاویہ س د ک
کے اسلئے زاویہ م س ط برابر ہے زاویہ س د ک کے
(علوم متعارفہ ۱)
پھر کیونکہ زاویہ اس د برابر ہے زاویہ س د ک کے
انمین زاویہ ط س د کو جمع کرو تو زاویہ اس د ط س د
ملکر برابر ہین زاویہ ط س د د س د ک کے (علوم متعارفہ)
لیکن زاویہ اس د ط س د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۱۳ ل)
اسلئے زاویہ ط س د د س د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہوے
اور یہی ثابت کرنا تھا۔

سوال ۔ اگر ایک عمود خطوط متوازی مین سے ایک خط پر گرایا جاوے
تو بعد بڑھانیکے وہ دوسرے خط متوازی پر بھی عمود ہوگا۔

مسئلہ ۳۰ - نظری

کئی خط جو ایک خط مستقیم کے متوازی ہین وہ باہم بھی متوازی ہونگے

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ خطوط ا ہ، ل ک خط س ط
کے متوازی ہین تو ا ہ، ل ک باہم بھی متوازی ہون گے

فرض کرو کہ خط ر د م خطوط ا ہ و س ط و ل ک پر گرتا ہے

ثبوت ۔ کیونکہ

خطوط متوازی ا ہ و س ط پر خط ر د م

گرتا ہے تو زاویہ متبادلہ ا ر د برابر ہے زاویہ ر د ط کے

(ام ۲۹ س)

پھر کیونکہ خطوط متوازی س ط و ل ک پر خط ر د م گرتا ہے

تو زاویہ خارجہ ر د ط برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ

د م ک کے (ام ۲۹ س) لیکن ثابت ہوا کہ زاویہ ا ر د برابر

ہے زاویہ ر د ط کے اسلیے زاویہ ا ر د برابر ہوا زاویہ

ر م ک کے (علوم متعارفہ) تو خطوط ا ہ و ل ک پر خط ر د م

گرتا ہے اور زاویہ متبادلہ باہم برابر ہین اسلیے خطوط ا ہ و ل ک

باہم متوازی ہین (ام ۲۷ س) اور یہی ثابت کرنا تھا۔

مسئلہ ۳۱ عملی

ایک نقطہ معین سے ایک خط مفروض کا ایک خط متوازی لکالنا ہے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط مفروض ط ہ اور نقطہ معین
س ہے جس سے کہ خط ط ہ کا متوازی نکالنا ہے۔

عمل — خط ط ہ مین کوئی نقطہ ک فرض کرکے س ک ملاؤ
(اصول موضوعہ ۱) اور خط ک س کے نقطہ س پر زاویہ ک س ا برابر زاویہ
س ک ہ کے بناؤ (ام ۲۳) اور اس کو د تک بڑھاؤ (اصول موضوعہ ۲)

ثبوت — کیونکہ خطوط
ا د و ط ہ پر خط
س ک گرتا ہے اور زاویہ متبادلہ ا س ک و س ک ہ باہم برابر
ہین عملاً اسلیے خطوط ا د و ط ہ باہم متوازی ہین (ام ۲۷) اور
یہی مطلوب تھا۔

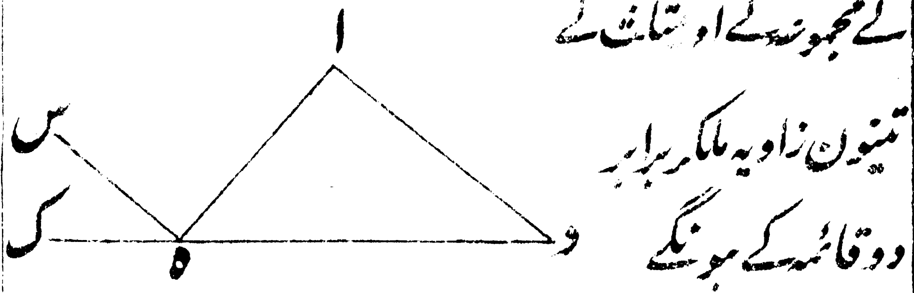
سوال سب مثلثون مین سے جنکا زاویہ راس مشترک ہے اور جنکے
قاعدے ایک ہی نقطۂ مفروض پر گذرتے ہین سب سے چھوٹا وہ مثلث
ہے جسکا قاعدہ نقطہ مذکور پر نصف ہوتا ہے۔

مسئلہ ۳۲ نظری

اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جاوے تو زاویۂ خارجہ

برابر ہوگا اپنے دونون داخلہ متقابلہ زاویون کے
اور مثلث کے تینون زاویہ ملکر برابر ہونگے دو قائمہ کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث ا د ہ کا ضلع د ہ نقطہ
ک تک بڑھایا گیا تو زاویہ ا ہ ک برابر ہوگا زاویہ ہ ا د و ا د ہ
کے مجموعے کے اور مثلث کے
تینون زاویہ ملکر برابر
دو قائمہ کے ہونگے



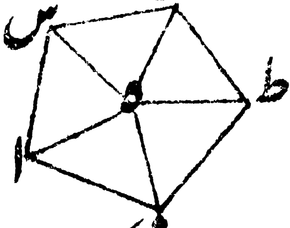
نقطہ ہ سے ہ س متوازی خط ا د کا نکالو (ام ۳۱ س)
ثبوت — کیونکہ خطوط متوازی س ہ و ا د پر خط ا ہ گرتا
ہے اسلیے زاویہ متبادلہ د ا ہ و ا ہ س باہم برابر ہین پھر
انھین خطوط متوازی سے خط د ہ ک ملتا ہے تو زاویہ
خارجہ ک ہ س برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ ا د ہ
کے (ام ۲۹ س) اور پہلے ثابت ہوا کہ زاویہ س ہ ا برابر
ہے زاویہ ہ ا د کے اسلیے کل زاویہ ا ہ ک برابر ہے
دو زاویہ ہ ا د و ا د ہ کے (علوم متعارفہ ۲) پھر کیونکہ

زاویہ آہ ک برابر ہے دو زاویہ ہ آ د و ا د ہ کے انمین
زاویہ آ ہ د کو جمع کرو تو دو زاویہ ک ہ ا و ا ہ د ملکر برابر ہین
تین زاویہ ہ آ د ، د ہ ا و ا د ہ کے مجموعہ کے (علوم متعارفہ ۲)
لیکن زاویہ ک ہ ا و ا ہ د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین
(ا م ۱۳) اسلیے زاویہ آ ہ د ، ہ د ا و د ا ہ ملکر برابر دو قائمہ
کے ہین اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ ا — شکل مستقیمۃ الاضلاع کے سب اندرونی زاویہ اور چار
قائمہ ملکر برابر اتنے قائمہ کے ہوتے ہین جو کہ شمار مین تعداد کل
اضلاع سے دوچند ہون —

ثبوت — فرض کرو کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ا د ط ک س ہے
اوسکے اندر ایک نقطہ ہ فرض کرکے خطوط ہ ا و ہ د ، ہ ط ،
ہ ک ، ہ س شکل کے ہر ایک زاویہ مین ملاؤ تو اتنے مثلث پیدا
ہوے جتنے کہ اضلاع شکل مذکور مین ہین اور ہر ایک مثلث کے تینون
زاویہ ملکر برابر دو قائمہ کے ہین تو کل مثلث کے زاویہ ملکر اتنے قائمہ
ہوے جو کہ تعداد اضلاع سے دوچند ہین اور کل مثلثون مین زاویہ

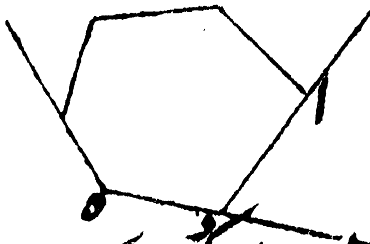
شکل مذکور او نقطۂ ہ کے شامل ہین لیکن نقطہ ہ پر کے زاویہ چار قائمہ کے برابر ہین (نتیجہ ۲ ام ۱۵ش) تو شکل کے سب زاویہ اور چار قائمہ ملکر برابر اپنے قائمہ کے ہوے



جو کہ تعداد اضلاع سے دوچند ہین

نتیجہ ۱ - تمام اشکال ذوار بعۃ الاضلاع کے سب زاویہ داخلہ ملکر چار قائمہ کے برابر ہوتے ہین -

نتیجہ ۲ - شکل مستقیم الاضلاع کے سب زاویہ خارجہ ملکر چار قائمہ کے برابر ہوتے ہین



ثبوت - کیونکہ زاویۂ داخلہ ا د ہ مع خارجہ زاویہ ا د ک کے برابر دو قائمہ کے ہین (۱۳ ام ش) اسلیے سب اندرونی زاویہ مع کل بیرونی زاویہ کے اتنے قائمہ ہونگے جتنا کہ تعداد اضلاع کا دوچند ہے لیکن پہلے ثابت ہوا کہ سب اندرونی زاویہ اور چار قائمہ ملکر برابر اتنے قائمہ کے ہوتے ہین جتنا کہ تعداد اضلاع کا دوچند ہے اسلیے سب بیرونی زاویہ برابر چار قائمہ کے ہین -

نتیجہ ۳ — ہر ایک مثلث کا ہر ایک زاویہ برابر ہے تفاوت باقی دو زاویہ کے مجموعہ اور دو قائمہ کے —

نتیجہ ۴ — اگر ایک مثلث کے دو زاویہ برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو زاویہ کے تو ایک مثلث کا باقی زاویہ بھی دوسرے مثلث کے باقی زاویہ کے برابر ہوگا —

نتیجہ ۵ — مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک زاویہ برابر ہے ایک ثلث دو قائمہ کے اور دو ثلث ایک قائمہ کے اسی سے زاویہ قائمہ کی تثلیث ہو سکتی ہے —

نتیجہ ۶ — اگر مثلث کا ایک زاویہ قائمہ ہے تو باقی دو زاویہ ملکر برابر ایک قائمہ کے ہونگے —

نتیجہ ۷ — اگر مثلث کا ایک زاویہ برابر ہو باقی دو زاویوں کے مجموعہ کے تو وہ زاویہ قائمہ ہے —

نتیجہ ۸ — اگر مثلث کا ایک زاویہ باقی دو زاویوں کے مجموعہ سے بڑا ہو تو وہ زاویہ منفرجہ ہے اور اگر چھوٹا ہو تو وہ زاویہ حادہ ہے —

نتیجہ ۹ — مثلث متساوی الساقین قائمۃ الزاویہ میں قاعدہ پر کا

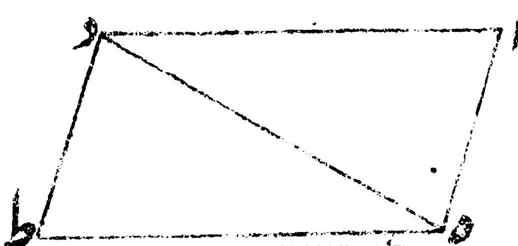
ہر ایک زاویہ برابر نصف قائمہ کے ہوتا ہے۔

سوال۔ ایک مستقیم خط کو تین برابر حصوں مین تقسیم کرو۔

مسئلہ ۳۳۔ نظری

دو خطوط متوازی ومتساوی کے اطراف مین
جو خط ملائے جاوینگے وے بھی متوازی ومتساوی ہونگے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ خطوط متوازی اور متساوی ا د و ہ ط مین اونکے اطراف مین خطوط ا ہ و د ط ملائے گئے تو خطوط ا ہ و د ط بھی باہم متوازی اور متساوی ہونگے ملاؤ د ہ کو۔



ثبوت۔ کیونکہ خطوط متوازی ا د و ہ ط سے خط د ہ ملتا ہے اسلیے زاویہ ا د ہ برابر ہے متبادلہ زاویہ د ہ ط کے (ا م ۲۹)

پھر کیونکہ مثلث ا د ہ و ط ہ د مین ضلع ا د برابر ہے ضلع ہ ط کے اور د ہ دونون مثلثون مین مشترک ہے اور زاویہ ا د ہ بھی برابر ہے زاویہ د ہ ط کے اسلیے قاعدہ ا ہ برابر ہے قاعدہ

دط کے (ام ۴ ش) اور مثلث ا د ہ برابر ہے مثلث ط ہ د

کے اور باقی زاویہ اپنے اپنے نظیر سے برابر ہوئے اسلیئے زاویہ ا ہ د

برابر ہے زاویہ ہ د ط کے

پھر کیونکہ خطوط د ط ۔ ا ہ پر خط د ہ گرتا ہے اور زاویہ متبادلہ

ا ہ د و ہ د ط باہم برابر ہیں تو خط ا ہ متوازی ہے خط د ط کا

(ام ۲۷ ش) اور برابر پہلے ثابت ہوا پس یہی ثابت کرنا تھا ۔

مسئلہ ۳۴ نظری

سطح متوازی الاضلاع میں مقابل کے ضلع اور زاویہ برابر

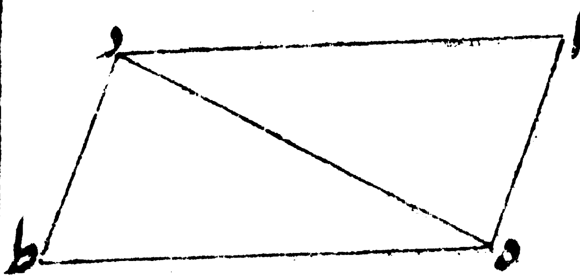
ہوتے ہیں اور وتر سطح مذکور کو نصف کرتا ہے

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ ایک سطح متوازی الاضلاع ا ہ ط د

ہے جسکا وتر د ہ ہے تو ضلع اور زاویہ مقابل کے برابر ہونگے اور وتر

د ہ سطح کو

نصف کرے گا



ثبوت ۔ کیونکہ خط ط ا

متوازی ا د و ہ ط پر خط د ہ گرتا ہے اسلیئے زاویہ ا د ہ برابر ہے

زاویہ متبادلہ د ہ و ط کے (ام ۲۹ شش) اور اسیطرح خط ط ح متوازی
ا ہ و د ط پر خط د ہ گرتا ہے تو زاویہ متبادلہ ا ہ د و د ہ ط
باہم برابر ہین تو دو مثلث ا د ہ و د ہ ط مین زاویہ ا د ہ اور
ا ہ د برابر ہین زاویہ د ہ ط و ہ د ط کے اپنی اپنی نظیر سے
اور ضلع د ہ دونون مین مشترک ہے اسلیے تیسرا زاویہ د ا ہ
برابر ہے تیسرے زاویہ د ط ہ کے اور ضلع ا د برابر ہے ضلع
ہ ط کے اور ضلع ا ہ برابر ہے ضلع د ط کے (ام ۲۶ شش)
اور کیونکہ زاویہ ا د ہ برابر ہے زاویہ د ہ ط کے اور زاویہ ا ہ د
برابر ہے زاویہ ہ د ط کے تو کل زاویہ ا د ط برابر ہے کل زاویہ
ا ہ ط کے (علوم متعارفہ ۲ م) اور ثابت ہوا کہ زاویہ د ا ہ برابر ہے
زاویہ د ط ہ کے اسلیے مقابل کے ضلع و زاویہ سطوح متوازی الاضلاع
کے برابر ہین —

پھر کیونکہ مثلث ا د ہ و ط ہ د مین ضلع ا د برابر ہے ضلع ط ہ
کے اور ضلع ہ د دونون مین مشترک ہے اور زاویہ ا د ہ برابر ہے
زاویہ ط ہ د کے اسلیے مثلث ا د ہ برابر ہوا مثلث ط ہ د کے

تو وتر ہ د سے سطح متوازی الاضلاع ا د ط ہ نصف ہوے اور
یہی ثابت کرنا تھا -

نتیجہ ۱ - اگر سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو تو سب
زاویہ قائمہ ہونگے -

نتیجہ ۲ - اگر سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ برابر ہو اپنے
متصلہ زاویہ کے تو وہ سطح قائمۃ الزاویہ ہے -

نتیجہ ۳ - اگر سطوح متوازی الاضلاع کے دو ضلع اور ایک
زاویہ جو کہ اونھین ضلعون سے بنتا ہے برابر ہون تو وے سطوح
باہم برابر ہونگے -

نتیجہ ۴ - سطح متوازی الاضلاع کے دو متصلہ زاویہ ہر ایک
بہ نسبت ایک دوسرے کے تمامی دو قائمہ کے ہین -

نتیجہ ۵ - اگر سطوح متوازی الاضلاع کے ایک ایک زاویہ باہم
برابر ہون تو وے سطوح متساوی الزاویہ ہین

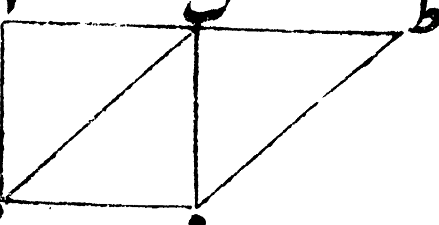
سوال - اگر ذو اربعۃ الاضلاع کے مقابل ضلع یا زاویہ باہم برابر
ہون تو وہ متوازی الاضلاع ہوگی -

مسئلہ ۳۵ - نظری

سطوح متوازی الاضلاع جو کہ ایک ہی قاعدہ پر درمیان
دو خطوط متوازی کے ہین باہم برابر ہون گے

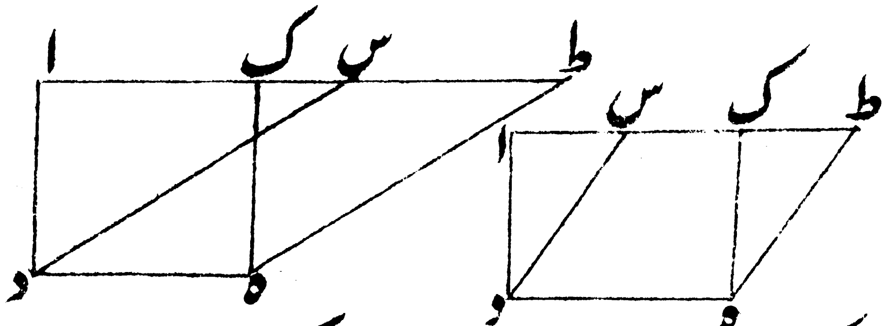
دعوی خاص - فرض کرو کہ سطوح متوازی الاضلاع ا د ہ ک
و ک د ہ ط ایک ہی قاعدہ د ہ پر درمیان خطوط متوازی ا ط
و د ہ کے ہین تو باہم برابر ہین -

پہلے فرض کرو کہ خطوط ا ک و ط ک جو کہ مقابل قاعدہ د ہ کے
ہین ایک ہی نقطہ
ک پر ملتے ہین



ثبوت - کیونکہ ہر ایک سطح متوازی الاضلاع دو چند ہے مثلث
ک ہ د سے (ام ۳۴ ش) اسلیے سطح متوازی الاضلاع ا د ہ ک
برابر ہے سطح متوازی الاضلاع ک د ہ ط کے (علوم متعارفہ ۶)
اگر خطوط ا ک و س ط ایک نقطہ ک پر نہ ملین تو سطح متوازی الاضلاع
ا د ہ ک مین ضلع ا ک برابر ہے ضلع د ہ کے (ام ۳۴ ش)
اسیطرح سطح متوازی الاضلاع س د ہ ط مین ضلع

د ہ برابر ہے ضلع س ط کے تو خط ا ک برابر ہوا خط س ط کے (علوم متعارفہ ا) اور حصہ س ک مشترک ہے اسلیے تمام یا باقی ا س برابر ہے تمام یا باقی ک ط کے (علوم متعارفہ ۲ و ۳)
پھر کیونکہ مثلث س ا د و ط ک ہ مین ضلع ا س برابر ہے



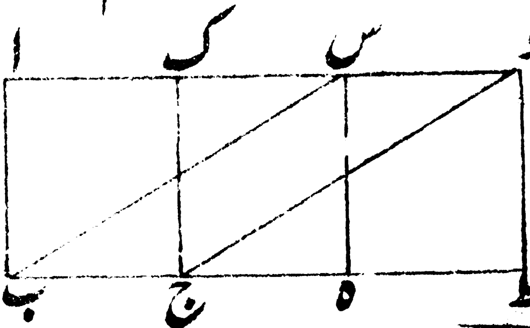
ضلع ک ط کے اور ضلع ا د برابر ہے ضلع ک ہ کے (ام ۳۴ س) اور زاویہ خارجہ ط ک ہ برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ س ا د کے (ام ۲۹ س) اسلیے قاعدہ س د برابر ہے قاعدہ ط ہ کے (ام ۴ س) اور مثلث س ا د برابر ہے مثلث ط ک ہ کے شکل منحرف ا د ہ ط سے مثلث ط ک ہ نکالو اور اوسی شکل سے مثلث س ا د نکالو تو باقی بھی برابر ہوگا (علوم متعارفہ ۳) یعنے سطح متوازی الاضلاع ا د ہ ک برابر ہے سطح متوازی الاضلاع س د ہ ط کے اور یہی ثابت کرنا تھا۔

سوال - مساوی سطوح متوازی الاضلاع ایک ہی قاعدہ پر اور اوسکے ایک ہی طرف درمیان خطوط متوازی کے ہونگے -

مسئلہ ۳۶ - نظری

سطوح متوازی الاضلاع جو کہ برابر قاعدون پر درمیان خطوط متوازی کے ہین باہم برابر ہونگے

دعوی خاص - فرض کرو کہ سطوح متوازی الاضلاع ا ب ج ک و س ہ ط د برابر قاعدون ب ج و ہ ط پر درمیان خطوط متوازی ا د و ب ط کے ہین تو باہم برابر ہین -



ب س اور ج د کو ملاؤ

ثبوت - کیونکہ خط ب ج برابر ہے خط ہ ط کے اور خط ہ ط برابر ہے خط س د کے (ا م ۳۴)

تو خط ب ج برابر ہوا خط س د کے (علوم متعارفہ ا) چونکہ یہ خطوط متوازی اور متساوی ہین اسلیے خطوط س ب و د ج جو کہ اونکے اطراف مین واصل ہین باہم متوازی اور متساوی ہین اسلیے

سطح س و ج ب متوازی الاضلاع ہے دحا الف د) اور سطح
متوازی الاضلاع ا ک ج ب و ب س و ج ایک ہی قاعدہ
ب ج پر درمیان خطوط متوازی ب ج و ا د کے ہین اسلیے
باہم برابر ہین (ام شش) اسیطرح سطح متوازی الاضلاع س ب ج و
د س د ط ہ باہم برابر ہین اسلیے سطح متوازی الاضلاع ا ب ج ک
برابر ہے سطح متوازی الاضلاع س ہ ط د کے (علوم متعارفہ)
اور یہی ثابت کرنا تھا۔

سوال۔ اگر قاعدہ کسی سطح متوازی الاضلاع کا برابر ہو نصف مجموعہ
خطوط متوازی کسی منحرف مساوی العمود کے اور درمیان خطوط
متوازی کی ہون تو سطح متوازی الاضلاع برابر منحرف متساوی العمود کے ہوگی

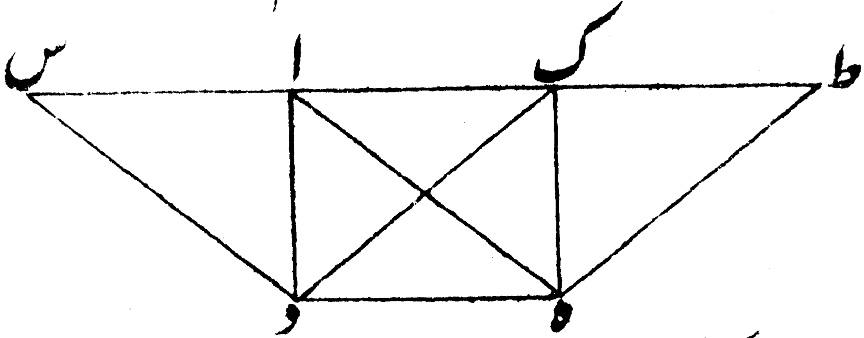
مسئلہ ۳۷ نظری

ایک ہی قاعدہ پر درمیان خطوط متوازی کے
جتنے مثلث واقع ہونگے باہم برابر ہونگے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ مثلث ا د ہ و ک د ہ ایک ہی
قاعدہ د ہ پر درمیان خطوط متوازی ا ک و د ہ کے واقع ہین

تو مثلث ا د ہ برابر ہے مثلث ک د ہ کے

اک کو دونو نطرف بڑھا کر نقطۂ د سے د س متوازی ا ہ کا اور نقطۂ ہ سے ہ ط متوازی د ک کا نکالو (ام ۳۱ س)



ثبوت۔ کیونکہ سطوح متوازی الاضلاع ا ہ د س و ک ط ہ د ایک ہی قاعدہ د ہ پر درمیان خطوط متوازی د ہ و س ط کے ہین اسلیے باہم برابر ہین لیکن مثلث ا ہ د نصف ہے سطح متوازی الاضلاع ا ہ د س کا کیونکہ وتر ا د نصف کرتا ہے (ام ۳۴ س) اور اسیطرح مثلث ک ہ د نصف ہے سطح متوازی الاضلاع ط ہ د ک کا اسلیے مثلث ا ہ د برابر ہے مثلث ک ہ د کے (علوم متعارفہ) اور یہی ثابت کرنا تھا

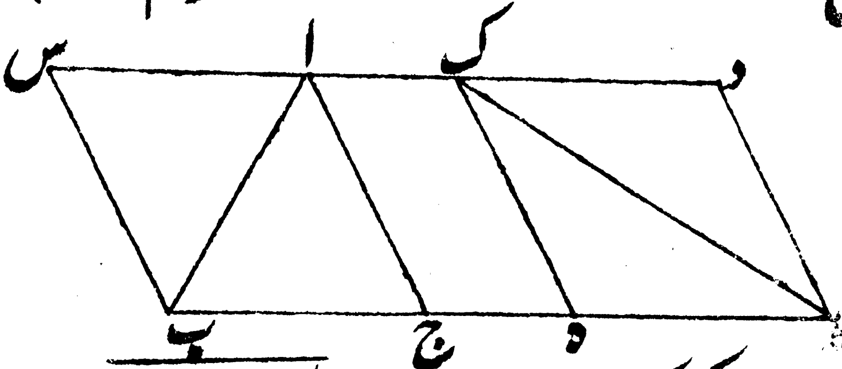
سوال۔ برابر ایک سطح مستقیمۃ الاضلاع کے ایک مثلث بناؤ۔

مسئلہ ۳۸ - نظری

جو مثلث کہ مساوی قاعدون پر درمیان
خطوط متوازی کی واقع ہونگے وے باہم برابر ہین

دعویٰ خاص - فرض کرو کہ مثلث اب ج و ک ہ ط
برابر قاعدون ب ج و ہ ط پر درمیان خطوط متوازی ب ط و
ا ک کے واقع ہین تو باہم برابر ہونگے -

عملا ا ک کو دونو طرف بڑھا کر نقطۂ ب سے ب س متوازی
ا ج کا اور نقطہ ط سے د ط متوازی ک ہ کا نکالو (ام ۳۱)



ثبوت - کیونکہ سطوح متوازی الاضلاع اج ب س اور
ک ہ ط د مساوی قاعدہ ب ج و ہ ط پر اور درمیان
خطوط متوازی ب ط و س د کے واقع ہین اسلیے باہم برابر ہین
(ام ۳۶) لیکن سطح متوازی الاضلاع اج ب س کو وتر

اب نصف کرتا ہے اسواسطے مثلث اج ب نصف ہے سطح مذکور کا (ام ۳۴ س) اور اسیطرح مثلث ک ہ ط نصف ہے سطح متوازی الاضلاع ک د ط ہ کا تو مثلث اج ب برابر ہوا مثلث ک ہ ط کے (علوم متعارفہ) اور یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ ا۔ اگر مثلث کے کسی زاویہ سے ایک خط مقابل کے ضلع پر کھینچا جاوے اور اوس ضلع کو نصف کرے تو وہ خط مثلث کو بھی نصف کرے گا۔

نتیجہ ۲۔ اگر دو مثلث کے دو دو ضلع اپنی اپنی نظیر سے برابر ہون اور دونون کا زاویہ درمیانی ملکر برابر ہون دو قائمہ کے تو وے مثلث باہم برابر ہونگے۔

سوال۔ ایک مثلث کے ایک ضلع پر ایک نقطۂ مفروض ہے اوس سے ایک ایسا خط نکالو کہ اوس خط سے مثلث مذکور دو برابر حصون پر منقسم ہو

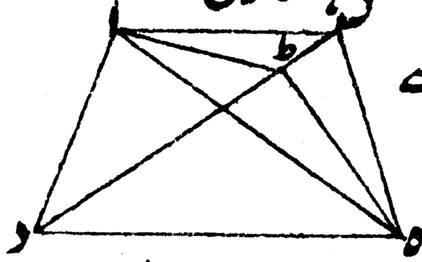
مسئلہ ۳۹ نظری

برابر مثلث ایک ہی قاعدہ پر اور اوسکے ایک ہی جانب

واقع ہون تو وے درمیان خطوط متوازی کے ہونگے

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ مثلث مساوی ا ہ د ک ہ د ایک ہی قاعدہ د ہ پر اور اوسکے ایک ہی جانب واقع ہین تو درمیان خطوط متوازی کے ہونگے ۔

ملاؤ ا ک کو تو ا ک متوازی د ہ کا ہے اگر نہین تو نقطہ ا سے ا ط متوازی د ہ کا نکالو جو کہ خط د ک سے نقطہ ط پر ملتا ہی ملاؤ ط ہ کو



ثبوت ۔ کیونکہ ایک ہی قاعدہ د ہ پر اور درمیان خطوط متوازی د ہ ا ط کے دو مثلث ا ہ د و ط ہ د واقع ہین اسلیے باہم برابر ہین (ام ش) لیکن مثلث ک ہ د برابر ہے مثلث ا ہ د کے فرضاً اسلیے مثلث ک ہ د برابر ہوا مثلث ط ہ د کے (علوم متعارفہ ۱) یعنی جز برابر ہوا کل کے یہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹) اسیطرح ثابت ہو سکتا ہے کہ سوای خط ا ک کے اور کوئی خط جو نقطہ ا سے گذرے خط د ہ کا متوازی نہین ہی تو ا ک متوازی د ہ کا ہوا اور یہی ثابت کرنا تھا ۔

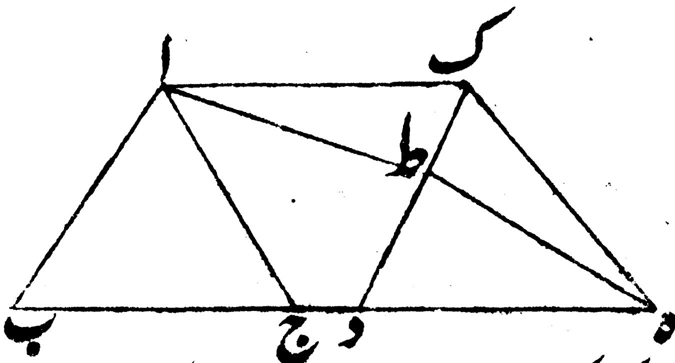
سوال اگر ایک مثلث کے دو ضلع کو نصف کر کے نقاط تنصیف مین جو خط ملایا جاویگا وہ قاعدہ کا نصف اور متوازی ہوگا۔

مسئلہ ۴۰۔ نظری

برابر مثلث برابر قاعدون پر اوسکے ایک ہی طرف واقع ہون تو وہی درمیان خطوط متوازی کے ہونگے

دعوی خاص ـ فرض کرو کہ مثلث متساوی اب ج و ک د ہ جو کہ برابر قاعدہ ب ج و د ہ پر اوسکے ایک ہی طرف واقع ہین درمیان خطوط متوازی کے ہونگے۔

قاعدہ د ہ و ب ج کو ایک خط مستقیم مین رکھو اور اک کو ملاؤ تو اک متوازی ب ہ کا ہے اگر نہین تو نقطہ ا سے اط متوازی ب ہ کا نکالو جو کہ خط ک د سے نقطہ ط پر ملتا ہے ملاؤ ط ہ کو



ثبوت ـ کیونکہ دو مثلث اج ب و ط ہ د برابر قاعدہ

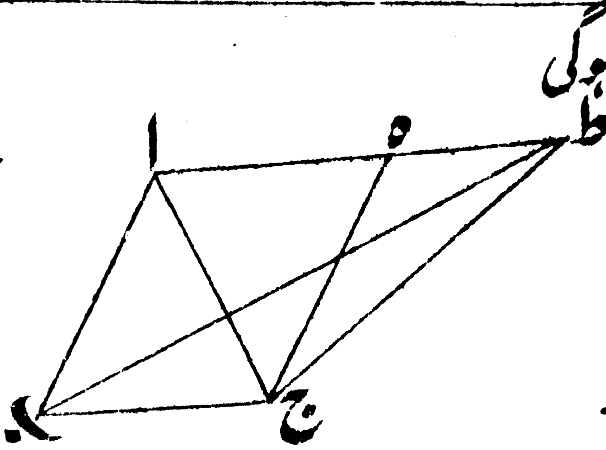
د ہ و ب ج پر اور درمیان خطوط متوازی ا ط و ب ہ
کے واقع ہین اسلیے باہم برابر ہین (۱م شکل) لیکن مثلث
ک ہ د برابر ہے مثلث ا ج ب کے فرضاً اسلیے
مثلث ک د ہ برابر ہوا مثلث ط ہ د کے (علوم متعارفہ)
یعنے جز مساوی ہوا کل کے جو کہ غیر ممکن ہے (علوم متعارفہ ۹)
اسیطرح ثابت ہوسکتا ہے کہ سواے خط ا ل کے اور کوئی خط نہین
کہ نقطہ ا سے نکلے اور قاعدہ ب ہ کا متوازی ہو تو خط ا ک
متوازی ب ہ کا ہوا اور یہی ثابت کرنا تھا۔

مسئلہ ۴۱۔ نظری

اگر ایک سطح متوازی الاضلاع اور ایک مثلث ایک ہی
قاعدہ پر درمیان خطوط متوازی کے واقع ہون
تو سطح متوازی الاضلاع مثلث سے دوچند ہوگی

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ سطح متوازی الاضلاع ا ب ج ہ
اور مثلث ب ج ط ایک ہی قاعدہ ب ج پر درمیان خطوط
متوازی ب ج اور ا ط کے واقع ہین تو سطح متوازی الاضلاع

مثلث سے دوچند ہوگی



ملاؤ اج کو

ثبوت - کیونکہ

مثلث اب ج اور

ط ب ج ایک ہی قاعدہ ب ج پر درمیان خطوط متوازی

ب ج اور ا ط کے ہین اسلیے مثلث اب ج برابر ہے

مثلث ط ب ج کے (ا م ۳۷ ش م) لیکن سطح متوازی الاضلاع

اب ج ہ دوچند ہے مثلث اب ج سے کیونکہ وتر اج

سطح مذکور کو نصف کرتا ہے (ا م ۳۴ ش م) اسلیے سطح متوازی الاضلاع

اب ج ہ مثلث ط ب ج سے دوچند ہوی یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ - ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک مثلث کے ہے

جبکہ مثلث کا قاعدہ دوچند ہو سطح متوازی الاضلاع کے قاعدہ سے

اور دونون درمیان خطوط متوازی کے ہون

سوال - سطح متوازی الاضلاع مین کوئی نقطہ فرض کرکے اوس سے

خطوط مقابل زاویون تک ملایا جاوے تو مقابل کے دو مثلث ملکر

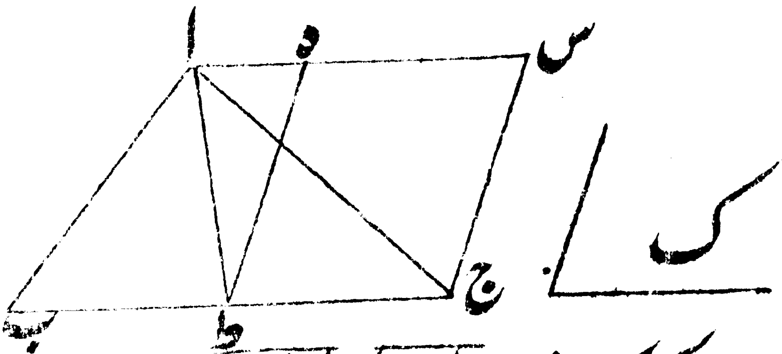
نصف ہونگے سطح متوازی الاضلاع سے

مسئلہ ۴۲ - عملی

ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک مثلث مفروض کے
بنانا ہے جسکا کہ ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

دعوی خاص - فرض کرو کہ ایک سطح متوازی الاضلاع برابر مثلث اب ج کے بنانا ہے جسکا ایک زاویہ برابر ہو زاویہ مفروض ک کے -

عمل - قاعدہ ب ج کو نقطہ ط پر نصف کرو (ا م ۱۰) اور ملاؤ ا ط کو خط ج ط کے نقطہ ط پر زاویہ ج ط ہ برابر زاویہ ک کے بناؤ (ا م ۲۳) اور نقطہ ج سے ج س متوازی ط ہ کا نکالو (ا م ۳۱) اسیطرح نقطہ ا سے ا س متوازی ب ط ج کا نکالو جو کہ خطوط ط ہ و ج س سے نقاط ہ و س پر ملتا ہے تو عمل موافق دعوی کے ہوا کہ سطح متوازی الاضلاع ہ ط ج س برابر مثلث اب ج کے بنے جسکا زاویہ ہ ط ج برابر ہے زاویہ ک کے



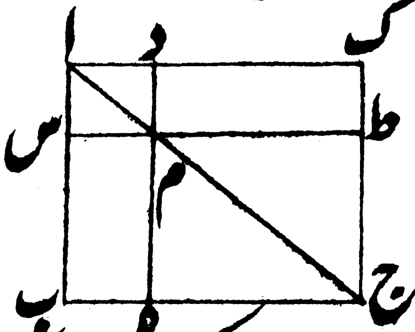
ثبوت ۔ کیونکہ دو مثلث اجط و اطب برابر قاعدہ جط و طب پر درمیان خطوط متوازی اس و بج کے ہیں اسلیے باہم برابر ہیں (ام ۳۸ س) تو کل مثلث ابج دوچند ہے مثلث اجط سے لیکن سطح متوازی الاضلاع ہطجس بھی دوچند ہے مثلث اجط سے کیونکہ ایک ہی قاعدہ طج پر درمیان خطوط متوازی طج و اس کے ہیں (ام ۴۱ س) اسلیے مثلث ابج برابر ہے سطح متوازی الاضلاع ہطجس کے (علوم متعارفہ ۶) جسکا زاویہ ہطج برابر ہے زاویہ ک کے اور یہی مطلوب تھا ۔

سوال ۔ ایک مثلث برابر ایک سطح متوازی الاضلاع کے بناؤ جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے ۔

مسئلہ ۴۳۔ نظری

متمم سطوح متوازی الاضلاع باہم برابر ہوتے ہیں

دعوی خاص ـ فرض کرو کہ سطح متوازی الاضلاع اب ج ک مین متمم ک م برابر ہے متمم م ب کے



ثبوت ـ کیونکہ سطح متوازی الاضلاع اک ج ب کو وتر ا ج نصف کرتا ہے اسلیے مثلث اب ج برابر ہے مثلث اک ج کے (ام ۳۴س) اسیطرح مثلث م ط ج برابر ہے مثلث م ہ ج کے اور مثلث ا د م برابر ہے مثلث اس م کے تو مثلث ا د م و م ط ج ملکر برابر ہوے مثلث اس م و م ہ ج کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۲) لیکن یہ ثابت ہوا کہ کل مثلث اب ج برابر ہے کل مثلث اک ج کے اسلیے باقی متمم ب م برابر ہے باقی متمم ک م کے (علوم متعارفہ ۳) اور یہی ثابت کرنا تھا۔

نتیجہ ۱ — ایک سطح متوازی الاضلاع مین گرد وتر کے جو سطح متوازی الاضلاع واقع ہون اور دونون متمم یہ چارون سطوح آپس مین متساوی الزاویہ ہین اور کل سطح کے ساتھہ بھی متساوی الزاویہ ہین

نتیجہ ۲ — اگر سطح متوازی الاضلاع کے وتر مین ایک نقطہ فرض کر کے خطوط متوازی الاضلاع سطح متوازی الاضلاع کے نکالے جاوین تو ان خطوط سے جو کل سطح متوازی الاضلاع منقسم ہونگے اوسمین بڑا حصہ برابر ہوگا بڑے حصے کے اور چھوٹا برابر ہوگا چھوٹے کے -

سوال — اگر خطوط س د ب ک د ہ ط وصل کیے جاوین تو ثابت کرو کہ یہ تینون وتر باہم متوازی ہین -

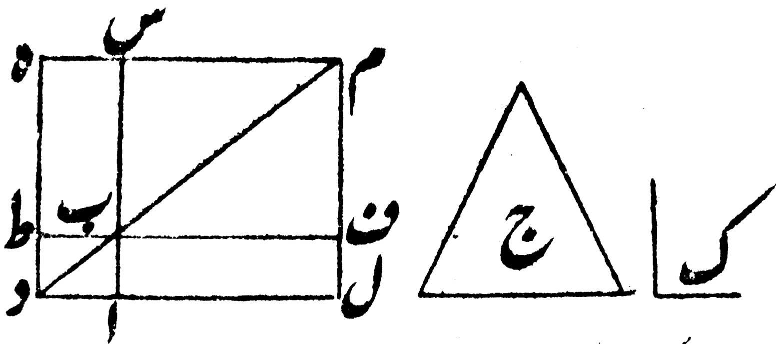
مسئلہ ۴۴ - عملی

ایک خط مفروض پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک مثلث کے بنانا منظور ہے جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط مفروض اب پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر مثلث ج کے بنانا منظور ہے جسکا ایک زاویہ

برابر ہو زاویہ معروض ک کے

عمل - ایک سطح متوازی الاضلاع س ہ ط ب برابر مثلث ج کے اسطرح بناؤ جسکا ایک زاویہ س ب ط برابر ہو زاویہ ک کے (ام ۴۲ س) اور خط ب س و ا ب ایک سیدھ مین ہون اور خط ہ ط کو د تک بڑھاکر نقطہ ا سے خط ا د متوازی ب ط یا س ہ کا نکالو (ام ۳۱ س) اور ملاؤ د ب کو



ثبوت - کیونکہ خطوط متوازی ا د و س ہ سے خط د ہ ملتا ہے اسلیے زاویہ ا د ہ و د ہ س ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۲۹ س) تو زاویہ ب د ہ و د ہ س ملکر دو قائمہ سے چھوٹے ہوے اسلیے خط د ب و ہ س بڑھانے سے کسی نقطہ پر ملجاوینگے (علوم متعارفہ ۱۲) فرض کرو کہ نقطہ م پر

ملتے ہین اور نقطہ م سے م ل متوازی س آ یا ہ د کا نکالو اور
بڑھاؤ د ا و ط ب کو کہ خط م ل سے نقطہ ل و ف
پر ملاقی ہون۔

پھر کیونکہ سطح متوازی الاضلاع د ہ م ل مین متمم ہ ب برابر
ہے متمم ب ل کے (ا م ۴۳ ش) لیکن سطح ہ ب برابر ہے مثلث
ج کے اسلیے سطح ب ل بھی برابر ہے مثلث ج کے
(علوم متعارفہ ۱) اور زاویہ ۳ ب ط برابر ہے زاویہ
ا ب ف کے (ا م ۱۵ ش) لیکن زاویہ س ب ط برابر
ہے زاویہ ک کے عملاً اسلیے زاویہ ا ب ف بھی برابر ہے
زاویہ ک کے (علوم متعارفہ ۱) پس خط مفروض ا ب پر
سطح متوازی الاضلاع ب ف ل آ برابر مثلث ج کے بنے
جسکا ایک زاویہ ا ب ف برابر ہے زاویہ مفروض ک کے
اور یہی مطلوب تھا۔

نتیجہ۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ اسطرح ایک خط مستقیم پر
ایک سطح مستقیمۃ الاضلاع برابر ایک مثلث کے بنا سکتے ہین۔

سوال ۔ ایک خط مستقیم پر ایک مثلث برابر ایک سطح متوازی الاضلاع کے بناؤ جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے ۔

مسئلہ ۴۵ ۔ عملی

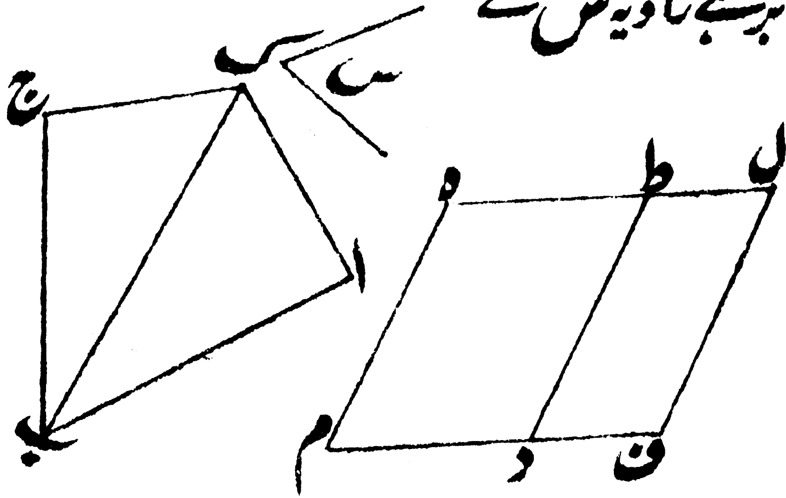
ایک سطح مستقیمۃ الاضلاع مفروض کے برابر
ایک سطح متوازی الاضلاع بنانا ہے جسکا
ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

دعویٰ خاص ۔ فرض کرو کہ ا ب ج ک سطح مستقیمۃ الاضلاع ہے جسکے برابر ایک سطح متوازی الاضلاع بنانا ہے جسکا ایک زاویہ برابر ہو زاویہ مفروض س کے ۔

عمل ۔ ملاؤ ک ب کو اور ایک سطح متوازی الاضلاع ہ م و ط برابر مثلث ا ک ب کے بناؤ جسکا زاویہ ہ م و برابر ہو زاویہ س کے (ام ۴۲) اور خط ط و پر سطح متوازی الاضلاع ط و ف ل برابر مثلث ک ب ج کے بناؤ جسکا زاویہ ط و ف برابر ہو زاویہ س کے (ام ۴۴)

تو سطح متوازی الاضلاع ہ م ف ل برابر سطح

مستقیمۃ الاضلاع اب ج ک کے بنے جسکا زاویہ ہ م ف
برابر ہے زاویہ س کے



ثبوت - کیونکہ زاویہ س برابر ہے ہر ایک زاویہ ہ م د اور
ط د ف کے اسلیے زاویہ ہ م د برابر ہے زاویہ ط د ف کے
(علوم متعارفہ) ان مساویوں میں زاویہ ط د م کو جمع کرو
تو زاویہ ہ م د و ط د م ملکر برابر ہوے زاویہ ط د م و
ط د ف کے مجموعہ کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن زاویہ ط د م
و ہ م د ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۲۹ ش) اسلیے زاویہ
ط د ف و ط د م بھی ملکر برابر دو قائمہ کے ہین تو خط ط د
کے نقطہ د پر دو خط ف د و م د کے ملنے سے دو زاویہ ملکر
برابر دو قائمہ کے پیدا ہوتے ہین اسلیے خط ف د

م و ایک خط مستقیم ہین (ام ۱۴ س)
پھر کیونکہ خطوط متوازی م ف و ہ ط پر خط ط د گرتا ہے اسلیے
زاویہ متبادلہ ف د ط و د ط ہ باہم برابر ہین ان دونون مساویین
زاویہ د ط ل کو جمع کرو تو زاویہ د ط ہ و د ط ل ملکر برابر ہوے
زاویہ ل ط د و د ط ف کے مجموعہ کے (علوم متعارفہ ۲)
لیکن زاویہ ل ط د و د ط ف ملکر برابر دو قائمہ کے ہین
اسلیے زاویہ ل ط د و د ط ہ بھی برابر دو قائمہ کے ہین تو خط ل ط
و ط ہ ایک خط مستقیم ہین (ام ۱۴ س) اور کیونکہ خطوط
د م و ل ف متوازی خط ط د کے ہین اسلیے باہم بھی
متوازی ہین (ام ۳۰ س) اور ہ ل متوازی م ف کا ہے
تو سطح ہ ل ف م متوازی الاضلاع ہے (حد الف ب) اور مثلث
ا ب ک برابر ہے سطح متوازی الاضلاع ہ ط د م کے اور
مثلث ک ب ج برابر ہے سطح متوازی الاضلاع ط ل ف د
کے اسلیے کل شکل مستقیمۃ الاضلاع ا ب ج ک برابر ہے
کل سطح متوازی الاضلاع ہ م ف ل کے جسکا زاویہ ہ م ف

برابر ہے زاویہ مفروض س کے یہی مطلوب تھا۔

نتیجہ۔ اس سے یہ ظاہر ہے کہ خط مفروض پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کے بنا سکتے ہیں جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے کیونکہ ایک خط پر ایک سطح متوازی الاضلاع برابر مثلث اب ک کی بن سکتی ہے جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے

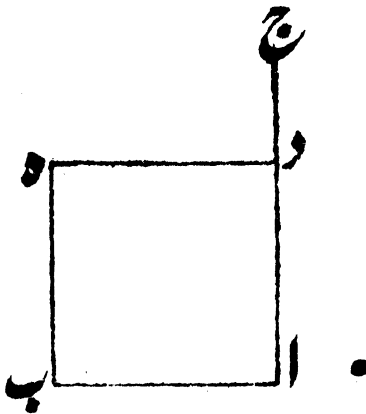
سوال۔ ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کی برابر ایک سطح متوازی الاضلاع بناؤ جسکا ایک زاویہ برابر ہو ایک زاویہ مفروض کے۔

مسئلہ ۴۶۔ عملی

چاہتے ہیں کہ ایک خط مفروض پر ایک مربع بناویں

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ خط اب پر مربع بنانا ہے

عمل۔ خط اب کے نقطہ ا سے اج عمود نکالو (ام ۱۱س) اور اد برابر اب کے قطع کرو (ام ۳س) اور نقطہ د سے دہ متوازی اب کا اور نقطہ ب سے ب ہ متوازی اد کا نکالو (ام ۳۱س) تو عمل موافق دعوے کے ہوا یعنے خط اب پر مربع ادہب بنا۔



ثبوت - کیونکہ سطح متوازی الاضلاع ا د ہ ب مین ضلع اب برابر ضلع د ہ کے ہے اور ضلع ب ہ برابر ہے ضلع ا د کے (ام ۳۴ س) لیکن ضلع ا د برابر ہے ضلع اب کے عملاً تو چارون خطوط اب و ب ہ و ہ د و د ا باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۱) تو سطح متوازی الاضلاع اب ہ د متساوی الاضلاع ہوے -

پھر کیونکہ خطوط متوازی ہ ب و د ا پر خط اب گرتا ہے اسلیے زاویہ د اب و اب ہ برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۲۹ س) لیکن زاویہ د اب ایک قائمہ ہے عملاً اسلیے زاویہ اب ہ بھی ایک قائمہ ہے اور زاویہ اب ہ برابر ہے زاویہ ا د ہ کے اور زاویہ د اب برابر ہے زاویہ د ہ ب کے اسلیے چارون زاویہ قائمہ ہین تو سطح اب ہ د

متساوی الاضلاع اور قائمۃ الزاویہ ہوے اسلیے مربع ہے
جو کہ خط اب پر بنا (حسب ۳ د) اور یہی مطلوب تھا۔

نتیجہ ۱۔ اگر ایک سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو
تو باقی زاویہ بھی قائمہ ہونگے۔

نتیجہ ۲۔ جو مربع کہ باہم برابر ہوں تو انکی اضلاع جنپر وہ بنے ہیں بھی باہم برابر ہونگے

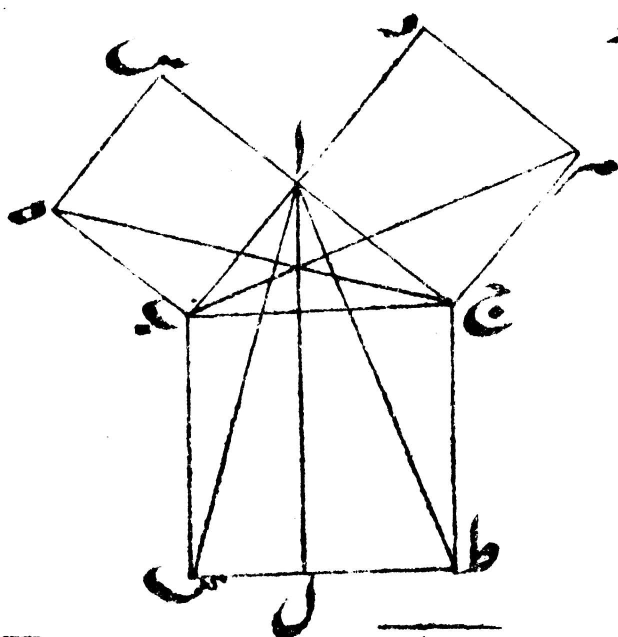
سوال۔ اگر کسی مربع کے اضلاع مین ہر ایک زاویہ سے برابر فاصلہ پر
نقاط فرض کرکے خطوط وصل کیے جاوین تو ایک مربع چھوٹا پہلے مربع سے
بنے گا اسیطرح اگر ہر ایک نقاط تنصیف اضلاع مربع مین خطوط وصل
کیے جاوین تو وہ بھی مربع نصف مربع مفروض کا ہوگا

مسئلہ ۴۷۔ نظری

مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر کا مربع برابر ہوتا ہے
باقی دونون ضلع کے مربع کے مجموعہ کے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ مثلث قائمۃ الزاویہ اب ج
ہے جسکا زاویہ قائمہ ب اج ہے تو مربع ب ج کا برابر ہوگا
مجموعہ مربع اب و اج کے۔

خط ب ج پر مربع ب ک ط ج اور خط ا ج پر مربع ا ج م د اور خط
ا ب پر مربع ا ب ہ س بناؤ (ام ۴۶) اور نقطہ ا سے خط
ا ل متوازی خط ب ک یا ج ط کا نکالو (ام ۳۱)
اور ملاؤ ب م
ج ہ د ا ک و
ا ط کو



ثبوت - کیونکہ زاویہ ب ا ج قائمہ ہے اور زاویہ ب ا س
بھی قائمہ ہے (حد ۳۰) اسلیے خط ب ا کے نقطہ ا پر دو خط
س ا و ج ا ملتے ہین اور دو زاویہ ج ا ب و ب ا س
برابر دو قائمہ کے ہین اسلیے خط ج ا د ا س ایک خط مستقیم
ہے (ام ۱۴) اسیطرح خط ب ا و ا د بھی ایک خط

مستقیم ہین

پھر کیونکہ زاویہ ہ ب ا برابر ہے زاویہ ک ب ج کے (علوم متعارفہ ۱۱) انمین زاویہ اب ج کو جمع کرو تو کل زاویہ ہ ب ج برابر ہے کل زاویہ اب ک کے (علوم متعارفہ ۲) اور ضلع ہ ب برابر ہے ضلع اب کے (حد ۳۰) اسیطرح ضلع ج ب برابر ہے ضلع ب ک کے تو مثلث ہ ب ج کا ضلع ہ ب و ب ج برابر ہے مثلث اب ک کے ضلع اب و ب ک کے اپنی اپنی نظیر سے اور زاویہ درمیانی ہ ب ج برابر ہے زاویہ درمیانی اب ک کے تو قاعدہ ہ ج برابر ہے قاعدہ اک کے اور مثلث ہ ب ج برابر ہے مثلث اب ک کے (ام ۴ س) لیکن ایک ہی قاعدہ ب ہ پر درمیان خطوط متوازی ب ہ و ج س کے مثلث ب ہ ج اور سطح متوازی الاضلاع ب ہ س ا واقع ہین اسیواسطے سطح متوازی الاضلاع ب ہ س ا دوچند ہے مثلث ب ہ ج سے (ام ۴۱ س) اسیطرح قاعدہ ب ک پر درمیان

خطوط متوازی ب ک و ا ل کے سطح متوازی الاضلاع
ب ل اور مثلث ا ب ک واقع ہین تو سطح ب ل دوچند
ہے مثلث ا ب ک سے اسلیے مربع ب ہ س ا برابر ہے
سطح متوازی الاضلاع ب ل کے (علوم متعارفہ ۶) اسیطرح
ثابت ہوگا کہ سطح متوازی الاضلاع ج ل برابر ہے مربع ج م د ا
کے تو کل مربع ب ج ط ک برابر ہے دو مربع ا ب ہ س و
ا ج م د کے یعنے مربع ب ج برابر ہے مجموعہ مربع ا ج و
ا ب کے اور یہی مطلوب تھا۔

نتیجہ۔ مثلث قائمۃ الزاویہ مین اگر وتر کے مربع سے کسی عمود
کے مربع کو کم کرو تو باقی برابر ہوگا دوسرے عمود کے مربع کے۔

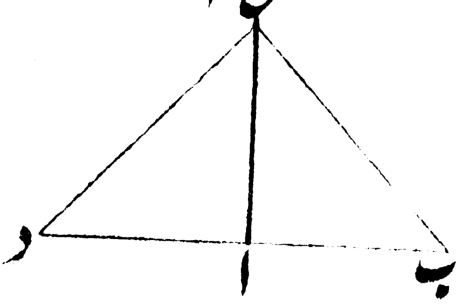
سوال۔ ایک مربع برابر دو مربع یا کئی مربع مفروض کے بناؤ

مسئلہ ۴۸۔ نظری

اگر کسی مثلث کے ایک ضلع کا مربع برابر ہو
باقی دونون ضلعون کے مربع کی مجموعہ کے
تو اوس ضلع کے مقابل کا زاویہ قائمہ ہوگا

دعویٰ خاص - فرض کرو کہ مثلث اب ج مین مربع ب ج کا برابر ہے مجموعۂ مربع ب ا و ا ج کے تو ب ج کے مقابل کا زاویہ یعنے زاویہ ب ا ج قائمہ ہے -

نقطہ ا سے ا د عمود ا ج پر نکالو (ام ۱۱س) اور ا د برابر ا ب کے قطع کرو (ام ۳س) اور ملاؤ د ج کو



ثبوت - کیونکہ خط ا د برابر ہے خط ا ب کے عملاً اسلیے مربع ا ب کا برابر ہوا مربع ا د کے انمین مربع ا ج کو جمع کرو تو مربع ب ا و ا ج کے ملکر برابر ہین مربع د ا و ا ج کے مجموعہ سے (علوم متعارفہ ۲) لیکن مربع ا ب و ا ج کا مجموعہ برابر ہے مربع ب ج کے فرضاً اور مربع ا د و ا ج کا مجموعہ برابر ہے مربع د ج کے (ام ۴۷س) اسلیے مربع ب ج کا برابر ہے مربع د ج کے یعنے خط ب ج برابر ہے خط ج د کے پھر کیونکہ دو مثلث ب ا ج و د ا ج مین ضلع ب ا و ا ج برابر ہین

ضلع د ا و ا ج کے اپنی اپنی نظیر سے اور قاعدہ ب ج
برابر ہے قاعدہ د ج کے اسلیے زاویہ ب ا ج برابر ہے زاویہ
د ا ج کے (ام ۸) لیکن زاویہ د ا ج ایک قائمہ ہے
تو زاویہ ب ا ج بھی ایک قائمہ ہوا اور یہی مطلوب تھا

نتیجہ ۔ جب کسی مثلث میں بڑے ضلع کا مربع برابر ہو باقی دو ضلع
کے مربع کے مجموعہ سے تو وہ مثلث قائمۃ الزاویہ ہے ۔

سوالات

سوال ۔ ۱

اگر مثلث متساوی الساقین کا ایک ضلع راس کیطرف بڑھایا جاوے
تو باہری زاویہ دوچند ہوگا قاعدہ پر کے ہر ایک زاویہ سے ۔

سوال ۲

اگر ایک مثلث کا باہری زاویہ اور اُسکے مقابل کا ایک اندرونی
زاویہ دوچند ہو دوسرے مثلث کے باہری زاویہ اور اسکے
مقابل کے ایک اندرونی زاویہ سے تو پہلے مثلث کا دوسرا
مقابل زاویہ بھی دوچند ہوگا دوسرے مثلث کے دوسرے مقابل زاویہ سے

سوال ۳

دو خط ایک نقطہ پر ملتے ہون از روے متوازی ہون دوسرے دو خطون کے جو کہ ایک نقطہ پر ملتے ہین تو پہلے دو خطون سے جو زاویہ بنتا ہے وہ برابر ہوگا اُس زاویہ کے جو کہ دوسرے دو خطون مذکور سے بنتا ہے ۔

سوال ۴

جس نقطہ پر مثلث کا قاعدہ نصف کیا جاوے اُس نقطہ سے راس تک جو خط کھینچا جاوے اُسکے دوچند سے مجموعہ باقی دو ضلعون کا بڑا ہوگا ۔

سوال ۵

جس نقطہ پر مثلث کا قاعدہ نصف کیا جاوے اُس نقطہ سے راس تک جو خط ملایا جاوے تو وہ خط برابر ہوگا نصف قاعدہ کے اگر راس کا زاویہ قائمہ ہے اور اگر راس کا زاویہ منفرجہ ہے تو وہ خط نصف قاعدہ سے چھوٹا ہوگا اور اگر راس کا زاویہ حادہ ہے تو وہ خط نصف قاعدہ سے بڑا ہوگا ۔

سوال ۶

اگر دو خط ایک مثلث کے قاعدہ کے زاویوں کو نصف کریں اور جس نقطہ پر یہ خطوط ملیں اوس سے راس تک جو خط کھینچا جاوے وہ خط زاویہ راس کو بھی نصف کریگا۔

سوال ۷

اگر دو خط ایک مثلث کے دو ضلعوں کو نصف کریں اور اونپر عمود بھی ہوں اور جس نقطہ پر یہ خط ملیں اوس نقطہ سے قاعدہ پر عمود کھینچا جاوے تو وہ قاعدہ کو بھی نصف کرے گا۔

سوال ۸

اگر ایک نقطہ خارج سے ایک عمود ایک خط پر گرے اور خط مذکور کو نصف بھی کرے تو ہر ایک نقطہ عمود کا خط مذکور کے نقاط انتہا سے برابر دوری پر ہوگا اور جو نقطہ عمود میں نہوگا وہ خط مذکور کے نقاط انتہا سے برابر دوری پر نہوگا۔

سوال ۹

دو خط مفروض کے درمیان ایک نقطۂ مفروض سے ایک ایسا خط

کھینچو کہ اوسکا حصہ جو دو خط مذکور کے درمیان ہو نقطہ مفروض پر
نصف حصے ہو جاوین

سوال ۱۰

مثلث کے راس سے ایک خط قاعدہ پر عمود کھینچا جاسے اور دوسرا
خط راس کے زاویہ کو نصف حصے کرے اون دونون خطون
کا درمیانی زاویہ قاعدہ پر کے زاویون کے نصف تفاوت
کے برابر ہوگا۔

سوال ۱۱

مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کے کسی نقطہ سے ضلعون پر
عمود کھینچے جاوین اور قاعدہ کے ایک حد سے مقابل ضلع پر
عمود کھینچا جاسے تو وہ برابر ہوگا مجموعہ دو عمود مذکور کے۔

سوال ۱۲

مثلث متساوی الاضلاع کے درمیان کسی نقطہ سے ضلعون پر عمود
کھینچے جاوین اور کسی زاویہ کے نقطہ سے مقابل ضلع پر عمود کھینچا جاسے
تو وہ برابر ہوگا مجموعہ تینون عمود مذکور کے۔

سوال ۱۳

مثلث قائمۃ الزاویہ مین مجموعہ وتر اور ایک ضلع کا اور باقی ضلع بھی معلوم ہو تو مثلث قائمۃ الزاویہ بناؤ۔

سوال ۱۴

ایک مثلث کے ضلعون کا مجموعہ اور قاعدہ پر کے زاویہ معلوم ہون تو مثلث بناؤ۔

سوال ۱۵

اگر کسی مثلث کا ایک زاویہ اور اوسکے مقابل کا ضلع اور مجموعہ باقی دو ضلعون کا معلوم ہے تو مثلث بناؤ۔

سوال ۱۶

اگر مثلث مساوی الساقین کے قاعدہ کے نقاط انتہا سے کسی ایک ساق پر عمود نکالا جاوے تو جو زاویہ قاعدہ اور عمود سے بنے گا وہ برابر نصف زاویہ راس کے ہوگا۔

سوال ۱۷

جب کسی مثلث کے زاویہ راس اور قاعدہ کو ایک ہی خط تنصیف

کرے تو وہ مثلث متساوی الساقین ہو گا۔

سوال ۱۸

اگر پہلے شکل مقالہ اول مین خط اد کو یہانتک خارج کرین کہ وہ دائرون سے نقاط ط وک پر ملے اور ہ ک و ہ ط ملادین تو ہ ط ک مثلث متساوی الساقین ہو گا جسکے فوق القاعدہ کا ایک زاویہ چوتھائی زاویہ راس سے ہو گا۔

سوال ۱۹

اگر پہلے مقالہ کی شکل اول مین خط اد کو ط تک بڑھادین اور نقطہ ط اور دونون نقطۂ تقاطع دائرہ مین خط ملایا جاوے تو یہ ایک مثلث متساوی الاضلاع ہو گا۔

سوال ۲۰

دو خطون کے درمیان جو ایک نقطہ پر ملتے ہین ایک خط جسکا کہ طول معلوم ہے اسطرح رکھو کہ اوسکا میلان دونون خطوط معلوم سے برابر ہو۔

سوال ۲۱

اگر مثلث کے تینون ضلع کو نصف کرکے نقاط تنصیف سے اونھین

اضلاع پر عمود نکالے جاوین تو وے عمود ایک ہی نقطہ پر ملینگے -

سوال ۲۲

اگر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے زاویہ قائمہ سے دو خط کھینچے جاوین ایک وتر پر عمود ہو اور دوسرا وتر کو تنصیف کرے تو زاویہ درمیانی خطوط مذکور کا برابر مثلث کے حادہ زاویہ نکے حاصل تفریق کے ہوگا -

سوال ۲۳

اگر منحرف کے اضلاع کو نصف کرکے نقاط تنصیف مین خطوط ملائے جاوین تو ایک سطح متوازی الاضلاع نصف منحرف کے پیدا ہوگی -

سوال ۲۴

ایک سطح مستقیم الاضلاع کے برابر ایک سطح مستقیم الاضلاع بناؤ صرف ۴۲ مسئلہ مقالہ اول سے -

سوال ۲۵

ایک ایسا مربع بناؤ جو کہ برابر ہو دو مربعوں کے تفاوت کے -

سوال ۲۶

اگر ایک مثلث کے اضلاع کی تثلیث کرکے نقاط تثلیث مین خطوط

ملا کر خارج کریں اسطرح کہ مثلث بنجاوے تو یہ مثلث ہر طرح سے مثلث معلوم کے برابر ہوگا۔

سوال ۲۷

اگر پہلے شکل اول مقالہ میں مثلث متساوی الاضلاع ا د ہ کے ضلاع ہ ا و ہ د کو بڑھاؤ کہ دائروں کے محیط پر ملین تو یے دو نقطہ اور دوسرا انقاطع دائرہ کا نقطہ ایک سیدھ مین ہوگا اور یہ ایک مثلث متساوی الاضلاع ہوگا۔

سوال ۲۸

ایک زاویہ اور اوسکے مقابل کا ضلع اور حاصل تفریق باقی دو اضلاع کا معلوم ہے مثلث بناؤ۔

سوال ۲۹

قاعدہ اور مجموعہ باقی دو ضلعوں کا معلوم ہے مثلث بناؤ اسطرح کہ خط جو اوسکے زاویہ راس کی تنصیف کرے متوازی ایک خط معلوم کا ہو۔

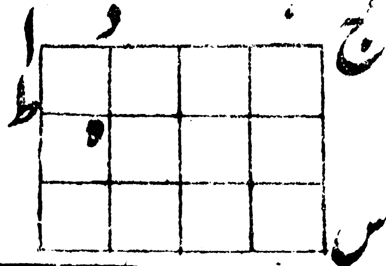
سوال ۳۰

ایک خط مستقیم کو کئی برابر حصوں پر تقسیم کرو

مقالہ ۲

حدود مقادیر متصلہ ساکنہ

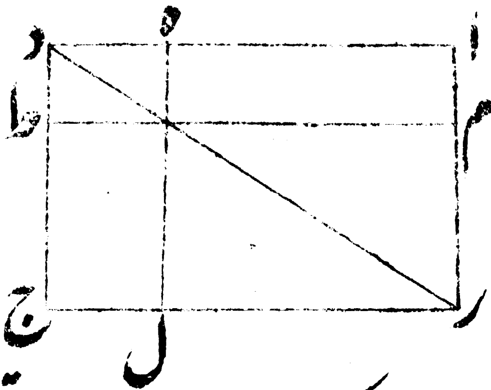
(۱) سطح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ - اون دو خطوط کی سطح ہوتی ہے جو کہ اوسکے ایک زاویہ قائمہ کو محیط ہوتے ہین واضح ہو کہ دو خطوط کے سطح سے یہ مراد ہے کہ اون دو خطوط کے مقدار کو باہم ضرب دینے سے جو حاصل ہو اوسقدر مربع اوس سطح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ مین ہوتا ہے



مثلاً سطح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ اب س ج خط اب و اج کی سطح ہے یعنے مقدار اب کو مقدار اج مین ضرب دینے سے جو حاصل ہوگا اوسقدر مربع سطح اب س ج مین ہونگے فرض کرو کہ خط اب = ۳ فٹ اور خط اج = ۴ فٹ کے ہین تو ۳ × ۴ = ۱۲ پس سطح متوازی الاضلاع اب س ج = ۱۲ مربع ایک فٹ طول اور ایک فٹ عرض کا مثل مربع اط ہ د کے ہونگے -

(۳) علم ۔ دو تتمہ اور ایک سطح متوازی الاضلاع کے مجموعہ کو کہتے ہین

اطل یا ن ج م ہ علم ہے



۳۔ جس نقطہ پر خط مستقیم کے برابر دو حصہ ہوں اوسکو نقطہ تنصیف اور جسپر دو مختلف حصہ ہوتے ہیں اوسکو نقطہ تقسیم کہتے ہین

خط اب کا نقطہ تنصیف د و نقطہ تقسیم ج ہے

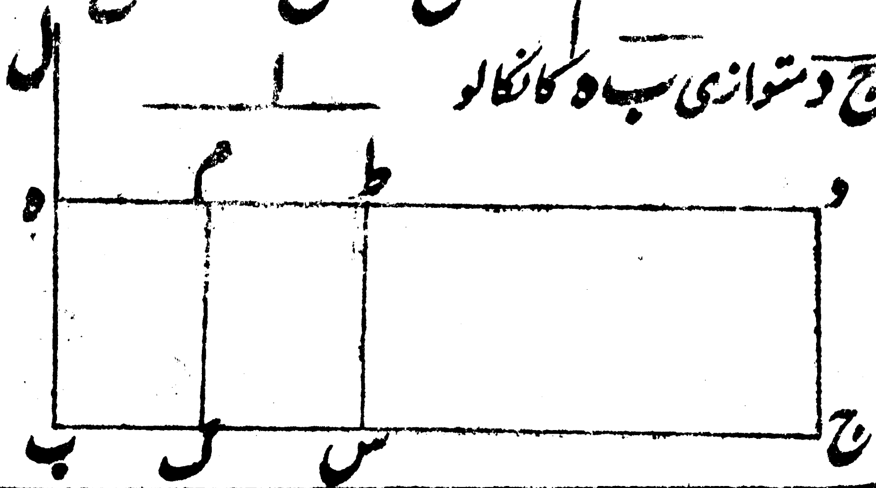


۴۔ خط فصل ۔ وہ خط ہے جو کہ درمیان نقطہ تنصیف و تقسیم کے واقع ہو ج د خط فصل ہے ۔

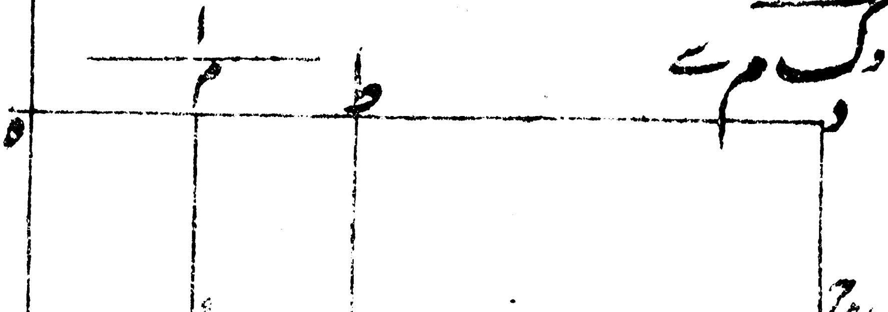
مسئلہ النظری

اگر دو خطوط مستقیم میں ایک منقسم ہو کئی حصہ پر
اور دوسرا غیر منقسم تو سطح کل خط غیر منقسم اور ہر ایک حصہ
منقسم کے ملکر برابر ہوگی سطح کل خط غیر منقسم و کل خط منقسم کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط ب ج نقطہ ک و س پر
منقسم ہے اور خط آ غیر منقسم تو سطح خطوط آ و ب ک کے اور
سطح آ و ک س کے اور سطح آ و س ج کے ملکر برابر ہونگے سطح آ و ب ج
کے خط ب ج پر نقطہ ب سے عمود ب ل نکالو (ام ۱۱ سل)
اور ب ہ برابر خط آ کے قطع کرو (ام ۳ سل) اور نقطہ ہ
سے خط ہ د متوازی خط ب ج کا نکالو (ام ۳۱ سل) اور سطح
نقطہ ک سے ک م و نقطہ س سے س ط و نقطہ ج سے
ج د متوازی ب ہ کا نکالو



ثبوت۔ کیونکہ سطح ب ا م بنتی ہے خط اب ک د ب د سے (حصہ ۱ م) لیکن خط اب ب ہ برابر ہے خط ا کے عملاً تو سطح ب م برابر ہے سطح ب ک د آکے و سطح ک ط بنتی ہے خط ک س ل و ک م سے



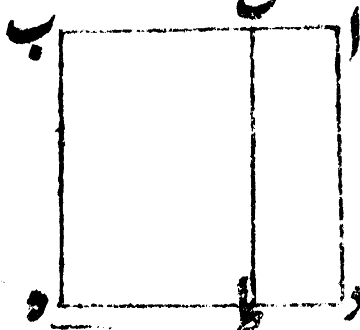
لیکن ک م برابر ہے ب ہ یا آ کے (ا م ۳۴ س) (و علوم متعارفہ) تو سطح ک ط بھی برابر ہے سطح ک س و آکے اسیطرح سطح س د برابر ہے سطح س ج و آکے لیکن سطوح ب م و ک ط و س د ملکر برابر ہیں سطح ب د کے جو کہ بنتی ہے خط ب ج و خط ب ہ یعنے خط ب ج و آ سے تو ثابت ہوا کہ سطح ب ک و آکی و سطح ک س و آکی و سطح س ج و آکی ملکر برابر ہیں سطح ب ج و آ کے اور یہی مطلب تھا

نتیجہ۔ اگر ایک عدد کو کئی حصہ کر کے کسی دوسرے عدد کو اوسکے ہر ایک حصہ میں ضرب دیں تو ان سب حاصل ضرب کا مجموعہ برابر ہوگا اوس حاصل ضرب کے جو کہ دونوں عدد سے پیدا ہوگا۔

مسئلہ ۲ نظری

اگر ایک خط مستقیم دو حصوں پر منقسم ہو تو سطح کل خط اور
ہر ایک حصہ کی ملکر برابر ہوگی مربع کل خط سے

دعوی خاص — فرض کرو کہ خط آب منقسم ہوا نقطہ ج پر تو سطح
آب و آج کی اور سطح آب و ب ج کی ملکر برابر ہے مربع آب سے
آب پر مربع آدہ ب بناؤ (ام ۴۶ش) اور نقطہ ج سے
خط ج ط متوازی خط آد یا ب ہ کا نکالو (ام ۳۱ش)



ثبوت — کیونکہ سطح اط بنی ہے خط اج و خط اد سے (حسب ام)
اور آد برابر ہے آب کے (حسب ام) تو سطح اط برابر ہے سطح آب
اور آج کے اسیطرح سطح ج ہ بنی ہے خط ج ب و ب ہ سے
لیکن خط ب ہ برابر ہے خط آب کے (حسب ام) تو سطح ج ہ
بھی برابر ہے سطح خطوط آب و ب ج کے اور سطح اط و ج ہ ملکر

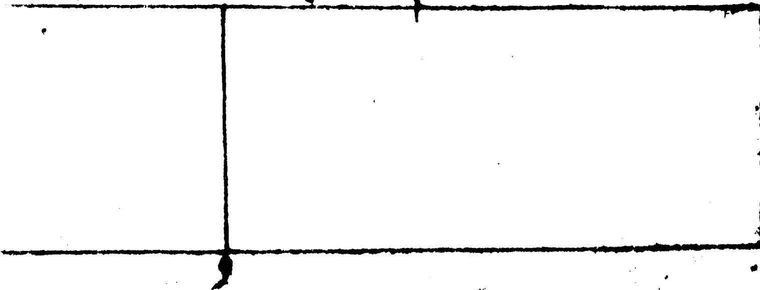
برابر ہین سطح آ ہ کے جو کہ آب کا مربع ہے تو ثابت ہوا کہ سطح آب
و اج کی اور سطح آب و ب ج کی ملکر برابر ہین مربع آب کے و ہو المطلوب

نتیجہ اس سے ثابت ہوا کہ اگر ایک خط منقسم ہو کئی حصون پر تو سطح ایک
حصہ و کل خط کے ملکر برابر ہوگی مربع کل خط کے۔

مسئلہ ۳ نظری

اگر ایک خط منقسم ہو دو حصون پر تو سطح کل خط اور ایک حصہ کی
برابر ہوگی سطح دونون حصون کے مع مربع حصہ مذکور کے

دعوی خاص - فرض کرو کہ خط آب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو سطح
آب و ب ج کی برابر ہوگی سطح آج و ج ب کی مع مربع ج ب
کے خط ج ب پر مربع ج د ہ ب بناؤ (ام ۴۶ س) اور خط ہ د کو
بڑھاؤ (اصول موضوعہ ۲) اور نقطہ آ سے خط اط متوازی
ج د یا ب ہ کا نکالو (ام ۳۱ س)



ثبوت - کیونکہ سطح ا د ی ہے خط اج و خط ج د ت (ح ۳ ام ۱ لـد)
لیکن خط ج د برابر ہے خط ج ب کے (ح ۳ ام ۳ لـد) اسلیے سطح ا د
برابر ہے سطح خطوط اج و ج ب کے اسمین مربع ج د کو جمع کرو جو کہ
مربع خط ج ب کا ہے تو سطح ا د و مربع ج د ملکر برابر ہے سطح اج
و ج ب و مربع ج ب کے لیکن سطح ا د و مربع ج د ملکر برابر
ہے سطح ا ہ کے جو کہ بنتی ہے خط اب و ب ہ یعنے خط اب و
ب ج سے تو سطح اج و ج ب کی اور مربع ج ب کا ملکر برابر ہے
سطح اب و ب ج کے یہی مطلب تھا -

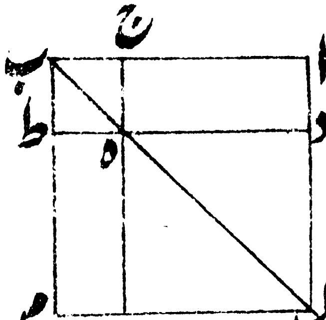
مسئلہ ۴ - نظری

اگر ایک خط منقسم ہو دو حصون پر تو دونون حصون کا مربع اور
دونون حصون کی دو چند سطح ملکر برابر ہوگی مربع کل خط کے

دعوی خاص - فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو مربع
اج و مربع ج ب و دو چند سطح اج و ج ب کی ملکر برابر ہے
مربع اب کے

اب پر مربع اک م ب بناؤ (ام ۴۶ س) اور ملاؤ

ب ک کو (اصول موضوعہ ا) اور نقطہ ج سے خط ج ہ س متوازی خط اک یا ب م کا نکالو (ام ۳۱ ش) اور نقطہ ہ سے خط ہ ط متوازی اب یا ک م کا نکالو اور بڑھاؤ د ہ کو کہ خط اک سے نقطہ د پر ملے۔



ثبوت۔ کیونکہ مثلث اب ک میں ضلع اب برابر ہے ضلع اک کے (حد ۳۰) اسلیے زاویہ اب ک برابر ہے زاویہ اک ب کے (ام ۵ ش)

اور خطوط متوازی اک و ج س پر خط ب ہ ک گرتا ہے اسلیے زاویہ اک ب برابر ہے زاویہ ج ہ ب کے (ام ۲۹ ش) تو زاویہ ج ب ہ برابر ہوا زاویہ ج ہ ب کے (علوم متعارفہ ۱) اسلیے ضلع ج ب برابر ہوا ضلع ج ہ کے (ام ۶ ش) لیکن ضلع ج ہ برابر ہے ضلع ب ط کے اور ضلع ج ب برابر ہے ضلع ط ہ کے (ام ۳۴ ش) تو چاروں ضلع ج ب و ب ط و ط ہ

وہ ج باہم برابر ہین (علوم متعارفہ) اسلیے شکل ج ب ط ہ
متساوی الاضلاع ہی اور زاویہ ج ب ط ایک قائمہ ہی اسلیے
ہر ایک زاویہ شکل ج ب ط ہ کے قائمہ ہین (نتیجہ ا م ۴۶ س) اسلیے
شکل ج ب ط ہ مربع خط ج ب کا ہی (حد ۳۰ ا م)
اور اسیطرح ثابت ہوگا کہ سطح د س مربع خط د ہ یا خط ا ج کا ہی
کیونکہ خط د ہ برابر ہی خط ا ج کے اور متمم ا د وہ م باہم برابر ہین
(ا م ۴۳ س) اور دونون ملکر کے سطح ا ہ سے دوچند ہین لیکن سطح ا ہ بنی
ہی خط ا ج و ج د سے اور خط ج ہ برابر ہی خط ج ب کے تو سطح
ا ہ برابر ہی سطح ا ج و ج ب کے اسلیے دونون سطح ملکر ا ہ
وہ م برابر ہین دوچند سطح ا ج و ج ب کے انمین مربع
د س و مربع ج ط کو جمع کرو تو سطح ا ہ وہ م و مربع د س و
مربع ج ط ملکر برابر ہین دوچند سطح ا ج و ج ب و مربع ا ج و مربع
ج ب کے مجموعہ کے لیکن سطح ا ہ وہ م و مربع د س و ج ط ملکر برابر
ہین سطح ا م کے جو کہ مربع خط ا ب کا ہی اسلیے مربع ا ب کا برابر ہی مربع
ا ج و مربع ج ب اور دوچند سطح ا ج و ج ب کے یہی مطلب تھا

نتیجہ ۱ - اس سے ثابت ہوا کہ مربع کے جن دو سطوح متوازی الاضلاع مین وتر گذرتا ہو وے بھی مربع ہین -

نتیجہ ۲ - دو خطوط کے مربعون کا مجموعہ اونکے مجموعہ کے مربع سے بقدر اونکی دو چند سطح کے چھوٹا ہوتا ہی -

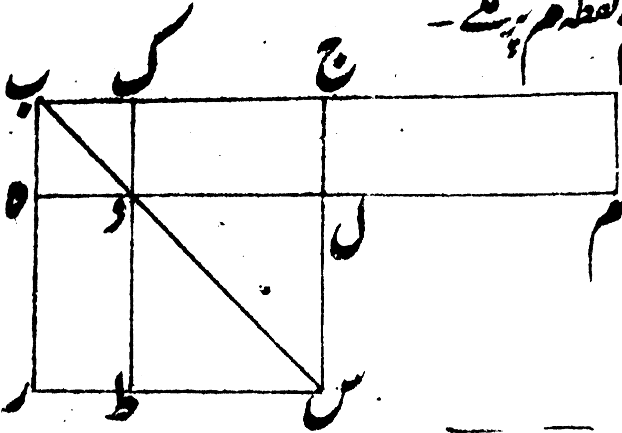
سوال - مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر پر زاویہ قائمہ سے جو عمود پڑیگا اوسکا مربع برابر ہوگا سطح حصون وتر کے -

مسئلہ نظری

ایک خط تنصیف اور تقسیم ہو دو مختلف حصونپر تو مختلف حصونکی سطح اور مربع فصل کا ملکر برابر ہوگا مربع نصف خط کے

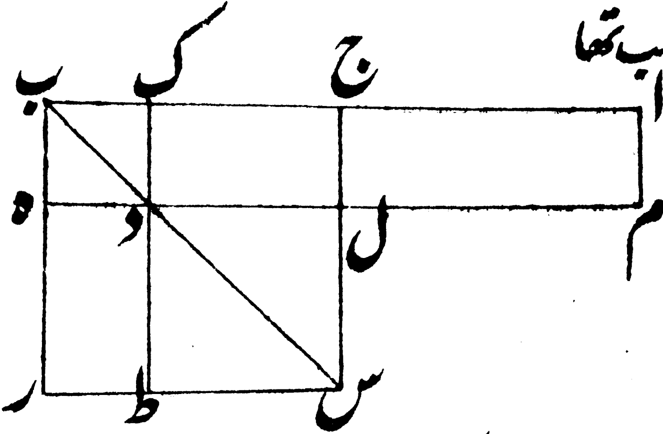
دعوی خاص - فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر تنصیف ہوا اور نقطہ ک پر تقسیم ہوا تو اک و ک ب کی سطح اور مربع ج ک ملکر برابر ہوگا مربع ج ب کے خط ج ب پر مربع ج س ر ب بناؤ (ام ۴۶ س) اور ملاؤ ب س کو (اصول موضوعہ ۱) اور نقطہ ک سے خط ک ط متوازی خط ب ر یا خط ج س کا نکالو (ام ۳۱ س) اور اسیطرح نقطہ د سے د ہ متوازی خط اب یا س ر کا نکالو اور نقطہ ا سے خط ام متوازی ج س کا نکالو اور بڑھاؤ خط

ہ د کو کہ خط ا م سے نقطہ م پر ملے۔



ثبوت - کیونکہ تتمہ ج د و د ر باہم برابر ہین (ا م ۴۳ س) انمین سطح ک ہ جمع کرو تو سطح ج ہ برابر ہوئی سطح ب ط کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن سطح ا ل برابر ہی سطح ج ہ کے (ا م ۳۶ س) کیونکہ برابر قاعدہ ا ج و ج ب پر درمیان خطوط متوازی ا ب و م ہ کے واقع ہین اسلیے سطح ا ل برابر ہوئی سطح ب ط کے (علوم متعارفہ ۱) انمین سطح ج د کو جمع کرو تو سطح ا د برابر ہوئی علم ج ہ ط کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن سطح ا د بنتی ہی خط ا ک و ک د سے (حد ۱) لیکن خط ک د برابر ہی خط ک ب کے (نتیجہ ا م ۴ س) تو سطح ا د برابر ہی سطح ا ک و ک ب کے اسلیے علم ج ہ ط برابر ہی سطح ا ک و ک ب کے انمین مربع ل ط کو جو ج ک کا مربع ہی جمع کرو تو علم ج ہ ط و مربع ل ط ملکر برابر ہی سطح ا ک و ک ب اور

مربع ج ک کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن علم ج ہ ط و مربع ل ط ملکر برابر ہی مربع ج ز کے جو ج ب کا مربع ہی اسلیے سطح اک و ک ب کی اور مربع ج ک کا ملکر برابر ہوا مربع ج ب کے اور یہی مطلب تھا



نتیجہ ۱۔ اس سے ثابت ہوا کہ تفاوت مربع مختلف خطوطکا برابر ہی اونھین خطوط کے مجموعہ اور تفاوت کے سطح کے۔

نتیجہ ۲۔ دو خطوط کا مجموعہ و تفاوت معلوم ہو تو مجموعہ و تفاوت کے مجموعہ کا نصف بڑا خط ہوگا اور مجموعہ و تفاوت کے تفاوت کا نصف چھوٹا خط ہوگا۔

نتیجہ ۳۔ مثلث قائمۃ الزاویہ مین ایک عمود کا مربع برابر ہوگا سطح مجموعہ اور تفاوت وتر اور دوسرے عمود کے۔

سوال ۱۔ اگر خط اب نقطہ د اور ک پر غیر مساوی حصونمین

منقسم ہو تو ثابت کرو کہ سطح اک و ک ب کی بڑی ہی سطح آ د و د ب سے جبکہ نقطہ ک نقطہ تنصیف کے قریب ہو اسیطرح سطح آ د و د ب کی بڑی ہی سطح اک و ک ب سے جبکہ نقطہ د نقطۂ تنصیف سے قریب ہو اد ک ب

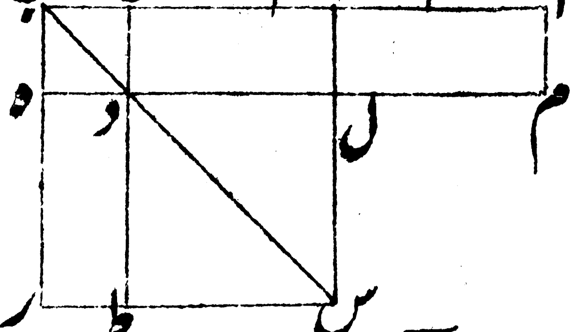
مسئلہ ۶ - نظری

اگر ایک خط نصف کیا جاوے اور بڑھایا جاوے کسی نقطہ تک تو کل خط و خط افزودہ کی سطح خط افزودہ مین مع مربع نصف خط کے برابر ہوگی نصف خط و خط افزودہ کے مربع کے

دعوی خاص - فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر نصف ہوا اور نقطہ ک تک بڑھایا گیا تو سطح اک و ک ب کی مع مربع ب ج کے برابر ہوگی مربع ج ک کے -

خط ج ک پر مربع ج س ر ک بناؤ (ام ۴۶ س) اور ملاؤ ک س کو اور نقطہ ب سے ب د ط متوازی ج س یا ک ر کا نکالو (ام ۳۱ س) اور نقطۂ د سے ذ ہ متوازی اک یا س ر کا نکالو اور نقطہ ا سے ا م متوازی ج س کا نکالو (ام ۳۱ س)

اور خط ہ د کو بڑھاؤ کہ خط آم سے نقطہ م پر ملے



ثبوت — کیونکہ برابر قاعدہ آج و ج ب پر درمیان خطوط متوازی اب و م د کے سطوح آل و ج د واقع ہین اسواسطے باہم برابر ہین (ا م ۳۶ س) لیکن متمم ج د و د ر باہم برابر ہین (ا م ۴۳ س) اسلیے سطح د ر برابر ہوئی سطح آل کے انمین سطح ج ہ کو جمع کرو توسطح اہ برابر ہوئی علم ج ہ ط کے لیکن سطح اہ بنتی ہے خط اک و ک ہ سے اور خط ک ہ برابر ہے خط ک ب کے توسطح اہ برابر ہوئی سطح اک و ک ب کے اسلیے علم ج ہ ط برابر ہے سطح اک و ک ب کے انمین مربع ل ط کو جوکہ ج ب کا مربع ہے جمع کرو تو علم ج ہ ط و مربع ل ط ملکر برابر ہوا سطح اک و ک ب اور مربع ج ب کے لیکن علم ج ہ ط و مربع ل ط ملکر برابر ہین مربع ج ر کے جوکہ ج ک کا مربع ہے اسلیے سطح اک و ک ب کی اور مربع ج ب کا

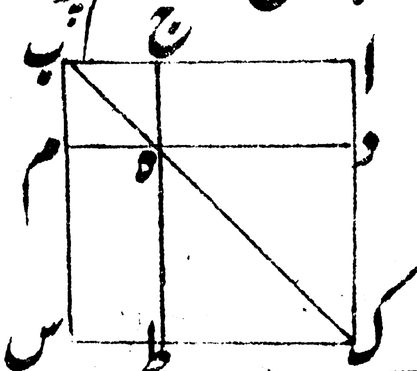
ملکر برابر ہو مربع ج ک کے اور یہی مطلب تھا۔

مسئلہ۔ ۱۔ ۲

اگر ایک خط دو حصوں پر منقسم ہو تو مربع کل خط اور ایک حصہ کا ملکر برابر ہوگا کل خط اور اوسی حصہ کی دو چند سطح اور مربع دوسرے حصہ کے

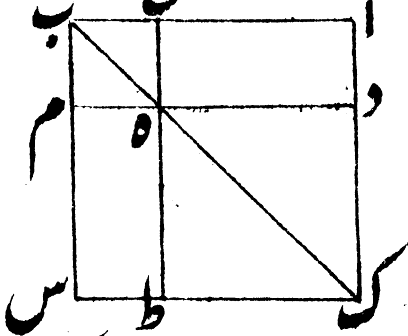
دعویٰ خاص۔ فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو مربع اب و مربع ج ب کا ملکر برابر ہوگا دو چند سطح اب و ب ج اور مربع اج کے۔

خط اب پر مربع اک س ب بناؤ (ام ۴۶) اور ملاؤ ب ک کو (اصول موضوعہ اول) اور نقطہ ج سے ج ہ ط متوازی اک یا ب س کا نکالو (ام ۳۱) اور نقطہ د سے ہ د متوازی اب یا ک س کا نکالو اور د ہ کو بڑھاؤ کہ خط ب س سے نقطہ م پر ملے۔



ثبوت۔ کیونکہ متمم اہ و ہ س باہم برابر ہیں (ام ۴۳)

انمین سطح ج م کو جمع کرو تو سطح ام برابر ہے سطح ج س کے
لیکن دونون سطح ملکر سطح ام سے دو چند ہین او سطح ام ہی ہے خط
اب و ب م سے وخط ب م برابر ہے خط ب ج کے اسلیے
سطح ام برابر ہے سطح اب و ب ج کے اور سطح ام و ج س
برابر ہے علم ام ط و مربع ج م کے تو علم ام ط و مربع ج م کا
دو چند ہوا سطح اب و ب ج سے انمین مربع د ط کو جو کہ ا ج کا
مربع ہے جمع کرو تو علم ام ط و مربع ج م و مربع د ط ملکر برابر ہین
دو چند سطح اب و ب ج اور مربع ا ج کے لیکن علم ام ط و مربع
د ط برابر ہے مربع ا س کے جو کہ اب کا مربع ہے تو اب کا
مربع و ج ب کا مربع ملکر برابر ہوا دو چند سطح اب و ب ج اور
مربع ا ج کے یہی مطلب تھا۔



نتیجہ - مجموعہ مربعون دو خطون کا برابر ہوتا ہے اونکے دو چند
سطح اور اونکے تفاوت کے مربع کے۔

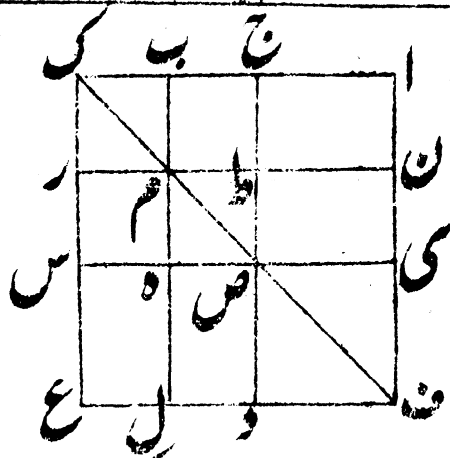
سوال۔ مثلث قائمۃ الزاویہ میں ثابت کرو کہ وتر کا مربع برابر ہے جو چند سطح مثلث اور مربع تفاوت دونون عمود کے۔

مسئلہ نظری

اگر کوئی خط منقسم ہو دو حصون پر تو کل خط وایک حصہ کے مجموعہ کا مربع برابر ہوگا کل خط اور اوسی حصہ کے چارچند سطح اور مربع دوسرے حصہ کے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر منقسم ہوا تو اب و ب ج کے مجموعہ کا مربع برابر ہوگا اب و ب ج کے چارچند سطح اور مربع اج کے۔

خط اب کو ک تک برابر خط ب ج کے بڑھاؤ (اصول موضوعہ دوم) اور خط اک پر مربع اک ع ف بناؤ (ام ۴۶ س) اور ملاؤ ک ف اور نقاط ب و ج سے ب ل اور ج د متوازی اف یا ک ع کا نکالو (ام ۳۱ س) تو اسیطرح نقاط م اور ص سے م ن اور ص ہی متوازی اک یا ف ع کا نکالو اور خطوط ن م اور ہی ص کو بڑھاؤ کہ خط ک ع سے نقاط ر اور س پر ملین۔



ثبوت - کیونکہ خط ج ب برابر ہے خط ب ک کے اسلیے سطح ج م برابر ہے سطح ب ر کے (ام ۳۶ ش) اور خط ج ب برابر ہے خط ط م کے اور خط ب ک برابر ہے خط م ر کے (ام ۳۴ ش) اسلیے خط ط م و م ر باہم برابر ہین تو سطح ط ہ برابر ہے سطح م س کے لیکن متمم ج م برابر ہے متمم م س کے (ام ۴۳ ش) اسلیے چارون سطح ج م و ب ر و ط ہ و م س باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۱) اور خط ج ط برابر ہے خط ط ص کے اسلیے سطح ا ط برابر ہے سطح ن ص کے اور خط ص ہ برابر ہے خط ہ س کے اسلیے سطح ص ل برابر ہے سطح ہ ع کے لیکن متمم ن ص برابر ہے ص ل کے اسلیے چارون سطح ا ط و ن ص و ص ل و ہ ع باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۱) ان مساویوئین

چارون سطح ج م و ب ار و ط ہ و م س کو جمع کرو تو سطوح ا م و ل ن ہ و ط ال و م ع باہم برابر ہین (علوم متعارفہ ۲) لیکن چارون سطح ملکر چار چند ہین سطح ا م سے اور سطح ا م بنتی ہے خط ا ب و ب م سے و ب م برابر ہے خط ب ج کے اسلیے چارون سطح چار چند ہین سطح ا ب و ب ج سے انمین مربع ی د کو جمع کرو چونکہ مربع ا ج کا ہے تو چارون سطوح اور مربع ی د ملکر برابر ہین چار چند سطح ا ب و ب ج اور مربع ا ج کے لیکن چارون سطوح مربع ی د کا ملکر برابر ہے مربع ا ع کے جو ا ک کا مربع ہے تو ا ک کا مربع برابر ہوا چار چند سطح ا ب و ب ج اور مربع ا ج کے یہی مطلب تھا

نتیجہ ۱ - دو خطون کے حاصل سطح سے مربع اونکے تفاوت کے برابر ہے اونکے مجموعہ کے مربع کے -

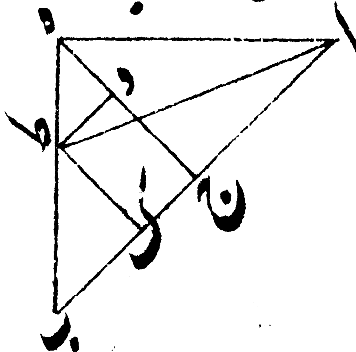
نتیجہ ۲ - ایک خط کا مربع چوگنا ہوتا ہے نصف خط کے مربع سے

سوال - اگر خط ا ب نقطہ ج پر نصف ہوا اور نقطہ ک پر تقسیم ہو تو ثابت کرو کہ چار چند سطح ا ک و ک ب کے اور چار چند مربع ج ک کا ملکر برابر ہے مربع ا ب کے شکل پانچوین مین دیکھو -

مسئلہ ۹ نظری

اگر کوئی خط تنصیف کیا جاوے اور تقسیم کیا جاوے دو حصوں پر
تو مختلف حصوں کا مربع ملکر برابر ہوگا دو چند مربع
نصف خط اور دو چند مربع خط فصل کے

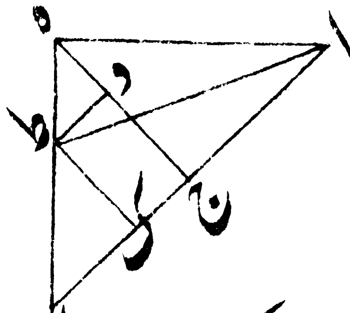
دعوی خاص - فرض کرو کہ خط اب نقطہ ج پر تنصیف او نقطہ
ک پر تقسیم ہوا تو مجموعہ مربع اک و ک ب کا دو چند ہوگا مجموعہ
مربع اج و ج ک سے خط اب پر نقطہ ج سے عمود ج ہ برابر خط
اج یا ب ج کے نکالو (ام ۱۱ و ۳ س) اور ملاؤ اہ و ہ ب
کو اور نقطہ ک سے خط ک ط متوازی خط ج ہ کا
اور نقطہ ط سے خط ط د متوازی خط اب کا نکالو (ام ۳۱ س)
اور ملاؤ اط کو



ثبوت - کیونکہ خط اج برابر ہے خط ج ہ کے عملاً اسلیے زاویہ
اہ ج و ہ اج باہم برابر ہین (ام ۵ س) اور زاویہ

اج ہ قائمہ ہے اسلیے ہر ایک زاویہ ج اہ و ج ہ ا نصف قائمہ ہے (نتیجہ ۹ ام ۳۲ س) اسیطرح ہر ایک زاویہ ج ہ ب اور ہ ب ج بھی نصف قائمہ ہیں تو کل زاویہ اہ ب ایک قائمہ ہوا اور چونکہ زاویہ ط ہ د نصف قائمہ ہے اور زاویہ ہ د ط ایک قائمہ ہے کیونکہ یہ زاویۂ خارجہ برابر ہے اپنے داخلۂ متقابلہ زاویہ د ج ب کے (ام ۲۹ س) تو باقی زاویہ ہ ط د بھی نصف قائمہ اور برابر زاویۂ ط ہ د کے ہوا (ام ۳۲ س) تو مثلث ہ د ط کا ضلع ہ د برابر ہوا ضلع د ط کے (ام ۶ س) اور زاویہ ط ب ک نصف قائمہ ہے اور زاویہ ط ک ب ایک قائمہ ہے کیونکہ برابر ہے اپنے داخلہ متقابلہ زاویہ ک ج د کے (ام ۲۹ س) اسلیے باقی زاویہ ک ط ب نصف قائمہ اور برابر زاویہ ط ب ک کے ہوا اسلیے مثلث ط ب ک کا ضلع ب ک برابر ہوا ضلع ک ط کے (ام ۶ س) پھر کیونکہ خط اج برابر ہے خط ج ہ کے اسلیے مربع اج برابر ہے مربع ج ہ کے تو مجموعہ مربع اج و ج ہ کا دوچند ہے مربع اج سے لیکن مجموعہ مربع اج و ج ہ کا برابر ہے مربع

اہ کے (ام ۴۷ش) اسلیے مربع اہ کا دوچند ہوا مربع اج سے
اور خط ہ د برابر ہی خط د ط کے تو مربع ہ د کا برابر ہی مربع
د ط کے اسلیے مجموعہ مربع ہ د و د ط کا دوچند ہی مربع د ط یا ج ک سے



کیونکہ خط د ط برابر ہی خط ج ک کے (ام ۳۴ش) لیکن مجموعہ
مربع ہ د و د ط کا برابر ہی مربع ہ ط کے (ام ۴۷ش) اسلیے
مربع ہ ط کا دوچند ہی مربع ج ک سے لیکن ثابت ہوا کہ مربع
اہ کا دوچند ہی مربع اج سے اسلیے مجموعہ مربع اہ اور مربع ہ ط
کا دوچند ہی مجموعہ مربع اج اور مربع ج ک سے اور ثابت ہوا کہ
مثلث اہ ط کا زاویہ اہ ط قائمہ ہی تو مربع اہ اور مربع ہ ط کا
برابر ہی مربع اط کے اسلیے مربع اط کا دوچند ہی مربع اج و مربع
ج ک سے مگر مربع اط کا برابر ہی مربع اک اور مربع ک ط کے
کیونکہ زاویہ اک ط قائمہ ہی (ام ۴۷ش) اور مربع ک ط کا

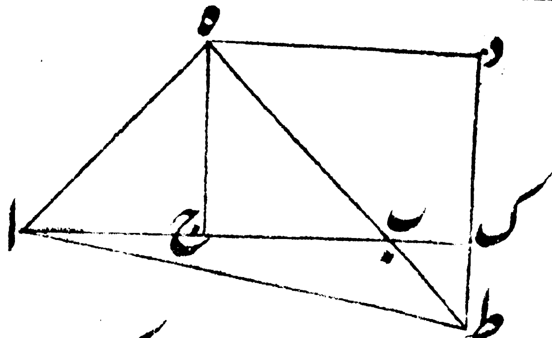
برابر ہی مربع ک ب کے کیونکہ خط ک ط برابر ہی خط ک ب کے اسلیے مجموعہ مربع ا ک و مربع ک ب کا دوچند ہی مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ک سے یہی مطلب تھا۔

سوال۔ ایک خط کو ایسے دو حصوں پر تقسیم کرو کہ دونوں حصوں کا مربع ملکر نہایت ہی کم ہو انکے مربع سے جو اور حصے کیے جاویں۔

مسئلہ ۱۔ نظری

اگر ایک خط کسی نقطہ پر نصف ہو اور بڑھایا جاوے کسی نقطہ تک تو کل خط مع خط افزودہ کا مربع اور خط افزودہ کا مربع ملکر دوچند ہوگا نصف خط کے مربع اور نصف خط مع خط افزودہ کے مربع سے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ خط ا ب نقطہ ج پر نصف ہوا اور نقطہ ک تک بڑھایا گیا تو مجموعہ مربع ا ک و مربع ب ک دوچند ہوگا مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ک سے خط ا ب پر نقطہ ج سے عمود ج ہ برابر خط ا ج کے نکالو (ام الشکل) اور ملاؤ ب ہ و ا ہ کو اور نقطہ ہ سے خط ہ و متوازی خط ا ک کا اور نقطہ ک سے خط ک و متوازی خط ج ہ کا نکالو (ام ۳۱ س)

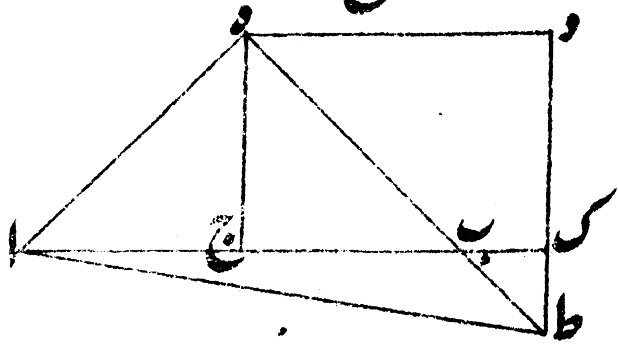


ثبوت۔ کیونکہ خطوط متوازی ج ہ و ک د سے خط ہ د ملتا ہی اسلیے زاویہ ج ہ د و ہ د ک ملکر برابر دو قائمہ کے ہین (ام ۲۹ ش) تو زاویہ ب ہ د و ہ د ک کا مجموعہ دو قائمہ سے چھوٹا ہی اسلیے خطوط ہ ب و د ک نقاط ب و ک کیطرف بڑھانے سے ملجاوینگے (علوم متعارفہ ۱۲) فرض کرو کہ نقطہ ط پر سے ملتے ہین اور ملاؤ ا ط کو۔

کیونکہ خط ا ج برابر ہی خط ج ہ کے اسلیے زاویہ ا ہ ج برابر ہوا زاویہ ج ا ہ کے (ام ۵ ش) اور زاویہ ا ج د قائمہ ہی تو ہر ایک زاویہ ا ہ ج و ج ا ہ نصف قائمہ ہین نتیجہ ۹ (ام ۳۲ ش) اسیطرح ہر ایک زاویہ ج ہ ب و ج ب ہ نصف قائمہ ہین اسلیے زاویہ ا ہ ب ایک قائمہ ہی اور زاویہ ہ ب ج نصف قائمہ اور برابر زاویہ متقابلہ ک و ب ط کے ہی

(ام ۱۵ ش) تو زاویہ ک ب ط بھی نصف قائمہ ہوا اور زاویہ
ب ک ط ایک قائمہ ہی کیونکہ برابر ہی اپنے متبادلہ زاویہ
ب ج ہ کے (ام ۲۹ ش) تو باقی زاویہ ک ط ب بھی نصف
قائمہ اور برابر زاویہ ک ب ط کے ہوا (ام ۳۲ ش) اسلیے
ضلع ک ب برابر ہی ضلع ک ط کے (ام ۶ ش) اور زاویہ
ہ ط د نصف قائمہ ہی اور زاویہ ہ د ط ایک قائمہ ہی کیونکہ برابر
ہی زاویہ متقابلہ ہ ج ک کے (ام ۳۴ ش) تو باقی زاویہ
د ہ ط بھی نصف قائمہ اور برابر زاویہ د ط ہ کے ہی اسلیے
ضلع د ہ برابر ہوا ضلع د ط کے (ام ۶ ش)
پھر کیونکہ خط ا ج برابر ہی خط ج ہ کے اسلیے مربع ا ج کا
برابر ہی مربع ج ہ کے اور مربع ا ج اور مربع ج ہ کے ملکر
دوچند ہین مربع ا ج سے لیکن مربع ا ہ کا برابر ہی مجموعہ مربع
ا ج و ج ہ کے (ام ۴۷ ش) اسلیے مربع ا ہ کا دوچند ہوا
مربع ا ج سے اور خط ط د برابر ہی خط د ہ کے اسلیے مربع
ط د کا برابر ہی مربع د ہ کے تو مجموعہ مربع ط د و د ہ کا

دوچند ہی مربع د ہ یا مربع ک ج سے کیونکہ ضلع د ہ برابر ہی
ضلع ک ج کے (ام ۳۴ م) لیکن مربع ط د و مربع د ہ کے
ملکر برابر ہین مربع ہ ط کے (ام ۴۷ م) اسیلیے مربع ہ ط کا
دوچند ہی مربع ک ج سے اور یہ ثابت ہوا۔



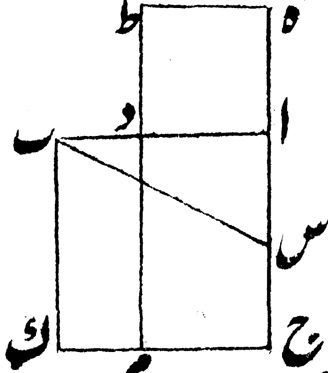
کہ مربع ا ہ کا دوچند ہی مربع ا ج سے اسیلیے مجموعہ مربع ا ہ و
مربع ہ ط کا دوچند ہی مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ک سے لیکن
مربع ا ط کا برابر ہی مجموعہ مربع ا ہ و مربع ہ ط کے (ام ۴۷ م) اسیلیے
مربع ا ط کا دوچند ہوا مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ک سے لیکن مربع
ا ط کا برابر ہی دو مربع ا ک و مربع ک ط کے اور مربع ک ط کا
برابر ہی مربع ک ب کے کیونکہ خط ک ط برابر ہی خط ک ب کے
اسیلیے مجموعہ مربع ا ک و مربع ک ب کا دوچند ہوا مجموعہ مربع
ا ج و مربع ج ک سے یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ۱۱۔ عملی

ایک خط مستقیم محدود کو ایسے دو حصوں مین تقسیم کرنا ہی
کہ کل خط اور ایک حصہ کی سطح برابر ہو مربع دوسرے حصہ کے

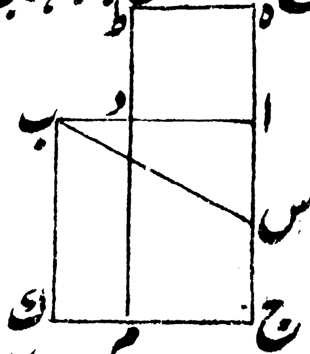
دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ خط اب کو ایسے دو حصوں مین تقسیم
کرنا ہی کہ کل خط اور ایک حصہ کی سطح برابر ہو مربع دوسرے حصہ کے۔

عمل ۔ خط اب پر مربع اج ک ب بناؤ (ام ۴۶ س)
اور خط اج کو نقطہ س پر نصف کرو (ام ۱۰ س) اور ملاؤ
س ب کو اور خط ج ا کو نقطہ ہ تک بڑھاؤ کہ خط س ہ
برابر خط س ب کے ہو (ام ۳ س) اور خط اہ پر مربع اہ ط د
بناؤ جو کہ خط اب کو نقطہ د پر ایسا دو حصہ کرتا ہی کہ اب و
ب د کی سطح برابر ہی مربع اد کے اور خط ط د کو نقطہ م
تک بڑھاؤ۔



ثبوت ۔ کیونکہ خط اج نقطہ س پر نصف ہوا اور نقطہ

ہ تک بڑھایا گیا اسلیے سطح ج ہ و ہ آ کی مع مربع ا س کے برابر ہے مربع س ہ کے (۲ م ۶ س) یعنے مربع س ب کے لیکن مربع س ب کا برابر ہے مجموعہ مربع س آ و مربع اب کے (۱ م ۴۷ س) اسلیے سطح ج ہ و ہ آ کی مع مربع آ س کے برابر ہے مجموعہ مربع آ س و مربع س ب کے انمیں سے مشترک مربع ا س کو طرح دو تو باقی سطح ج ہ و ہ آ کی برابر ہے مربع اب کے (علوم متعارفہ)



لیکن سطح ج ہ و ہ آ کی برابر ہے سطح ہ م کے کیونکہ خط ہ ا برابر ہے خط ہ ط کے اور مربع خط اب کا مربع آ ک ہے اسلیے سطح د م برابر ہے مربع آ ک کے انمیں سے مشترک سطح آ م کو طرح دو تو مربع ہ د جو کہ خط آ د کا مربع ہے برابر ہوا سطح د ک کے لیکن سطح د ک بنتی ہے خطوط د ب و ب ک سے اور خط ب ک برابر ہے خط اب کے اسلیے سطح ا ب و ب د کی برابر ہے

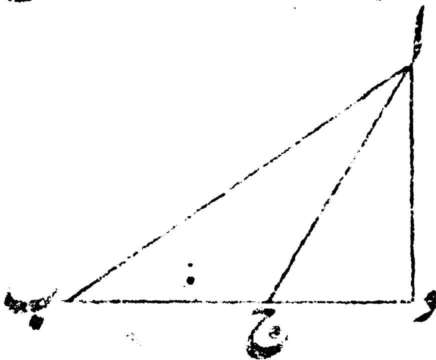
مربع اد کے یہی مطلب تھا۔

سوال ۔ ایک خط کو اتنا بڑھاؤ کہ سطح کل خط و خط افزودہ کے خط افزودہ مین برابر ہو مربع کل خط کے ۔

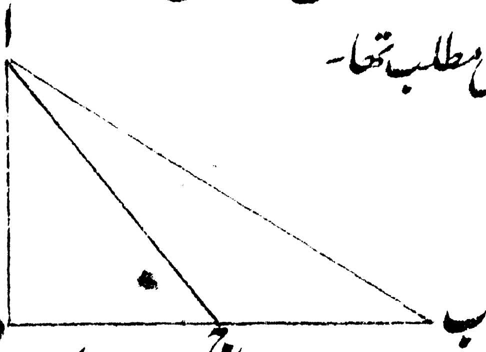
مسئلہ ۱۲ نظری

مثلث منفرجۃ الزاویہ مین زاویہ منفرجہ کے وتر کا مربع باقی دو ضلعون کے مربع کے مجموعہ سے بڑا ہوتا ہی بقدر دو چند سطح قاعدہ اور اوس خط کے جو واقع ہو درمیان عمود اور زاویہ منفرجہ کے ۔

دعوی خاص ۔ فرض کرو کہ مثلث منفرجۃ الزاویہ اج ب مین زاویہ منفرجہ اج ب کے وتر اب کا مربع بڑا ہوگا مجموعہ مربع اج و مربع ج ب سے بقدر دوچند سطح ب ج اور اوس خط کے جو کہ زاویہ منفرجہ اج ب و عمود کے درمیان واقع ہو نقطہ ا سے خط ب ج پر عمود اد ڈالو (ام ۱۲ س)



ثبوت - کیونکہ خط اب نقطہ ج پر منقسم ہوا اسلیے مربع ب د کا برابر ہی مربع ب ج و مربع ج د و دوچند سطح ب ج و ج د کے (۴ م ۲ س) انمین مربع ا د کو جمع کرو تو مجموعہ مربع ب د و مربع ا د کا برابر ہوا مجموعہ مربع ب ج و مربع ج د و مربع ا د اور دوچند سطح ب ج و ج د کے لیکن مجموعہ مربع ا د و مربع د ب کا برابر ہی مربع اب کے (ا م ۴۷ س) اسیطرح مجموعہ مربع ا د و د ج کا برابر ہی مربع ا ج کے تو مربع اب کا برابر ہوا مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ب و دوچند سطح ب ج و ج د کے اسلیے مربع اب کا برابر ہی مجموعہ مربع ا ج و مربع ج ب سے بقدر دوچند سطح ب ج و ج د کے یہی مطلب تھا۔



نتیجہ - جس مثلث مین دو ضلع کا مربع ملکر سب سے بڑے ضلع کے مربع سے چھوٹا ہو وہ مثلث منفرجۃ الزاویہ ہوگا۔

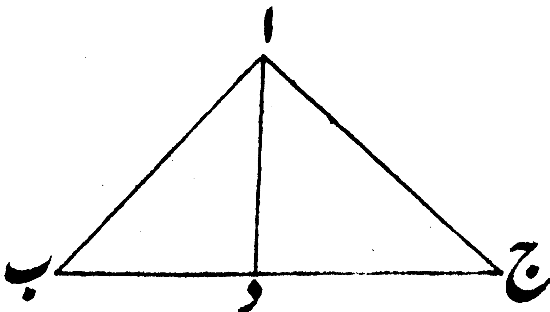
سوال - اگر ایک مثلث کا ایک زاویہ برابر دو تہائی دو قائمہ کے

ہو تو اوسکے مقابل کے ضلع کا مربع برابر ہوگا مجموعہ مربع دونون ضلعون اور سطح اونھین دونون ضلعون کے

مسئلہ ۱۳ - نظری

کسی مثلث مین زاویہ حادہ کے وتر کا مربع باقی دونون ضلعون کے مربع کے مجموعہ سے چھوٹا ہوتا ہی بقدر دوچند سطح قاعدہ اور اوس خط کے جو کہ واقع ہو درمیان عمود اور زاویہ حادہ کے

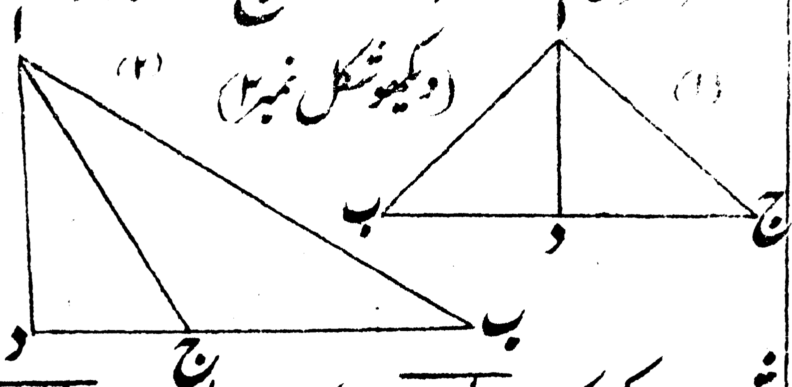
دعوی خاص ـ فرض کرو کہ مثلث اب ج مین زاویہ حادہ ب کے وتر اج کا مربع چھوٹا ہی مجموعہ مربع اب و ب ج سے بقدر دوچند سطح ج ب اور اوس خط کے جو کہ درمیان زاویۂ حادہ اور عمود کے واقع ہو نقطہ آ سے خط ب ج پر عمود آ د ڈالو (ام ۱۲ س) اور اول فرض کرو کہ عمود آ د مثلث کے اندر ہی



ثبوت۔ کیونکہ خط ب ج نقطہ د پر تقسیم ہوا اسلیے دو چند سطح ج ب و ب د کے مع مربع د ج کے برابر ہی مجموعہ مربع ج ب و مربع ب د کے (۲ م ۴ ش) انہیں مربع ا د کو جمع کرو تو دو چند سطح ج ب و ب د کے مع مربع د ج و مربع ا د کے برابر ہی مجموعہ مربع ج ب و مربع ب د و مربع د ا کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن مربع ا د و مربع د ج کا برابر ہی مربع ا ج کے اور مربع ا د و مربع د ب کا برابر ہی مربع ا ب کے (ا م ۴۷ ش) اسلیے دو چند سطح ج ب و ب د کی مع مربع ا ج کے برابر ہی مجموعہ مربع ج ب و مربع ب ا کے تو مربع ا ج کا مجموعہ مربع ا ب و مربع ب ج سے بقدر دو چند سطح ج ب و ب د کے چھوٹا ہوا۔

دوسرے فرض کرو کہ عمود ا د مثلث ا ج کے باہر ہی۔

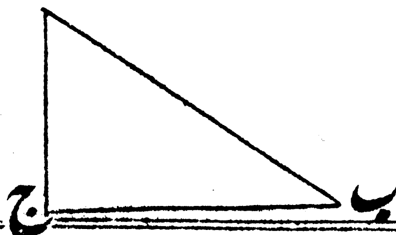
(دیکھو شکل نمبر ۲)



ثبوت۔ کیونکہ زاویہ ا د ب قائمہ ہی اسلیے زاویہ ا ج ب

منفرجہ ہی (ام ۱۶ س) تو آب کا مربع برابر ہی مجموعہ مربع آج و
مربع ج ب و دو چند سطح ب ج و ج د کے (۲م ۱۲ س)
لیکن خط ب و نقطہ ج پر منقسم ہی تو سطح د ب و ب ج کی
برابر ہی مربع ب ج و سطح ب ج و ج د کے (۲م ۳ س)
اسکے دو چند کو پہلے مساویون مین جمع کرو تو مجموعہ مربع آب
و دو چند مربع ب ج و دو چند سطح ب ج و ج د کی برابر ہوئی
مجموعہ مربع آج و مربع ج ب و دو چند سطح ب ج و ج د کی و دو چند
سطح د ب و ب ج کی انمین سے مشترک و مربع ب ج اور دو چند
سطح ب ج و ج د کی طرح دو تو باقی مجموعہ مربع آب و مربع ب ج
کا برابر ہوا مربع اج و دو چند سطح د ب و ب ج کے پس اج کا
مربع چھوٹا ہوا مجموعہ مربع آب و مربع ب ج سے بقدر دو چند سطح
د ب و ب ج کے۔

تیسرے فرض کرو کہ عمود اج مثلث اج ب کا ایک ضلع ہی۔



ثبوت - کیونکہ مجموعۂ مربع اج و مربع ج ب کا برابر ہی مربع اب کے (ام ۴۷ ش) اسمین مربع ج ب کو جمع کرو تو مجموعہ مربع اج و دوچند مربع ج ب کا برابر ہی مجموعۂ مربع اب و ب ج کے پس اج کا مربع مجموعہ مربع اب و مربع ب ج سے چھوٹا ہی بقدر دوچند مربع ج ب کے یہی مطلب تھا -

نتیجہ ۱ - جس مثلث مین دو ضلع کا مربع ملکر بڑا ہو سب سے بڑے ضلع کے مربع سے تو وہ مثلث حادۃ الزاویہ ہی -

نتیجہ ۲ - مثلث مین زاویہ حادہ کے وتر کے مربع کو مجموعہ مربع باقی دو اضلاع سے کم کرو اور باقی کو نصف کرکے قاعدہ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت بازو یعنی موقع عمود ہوگا -

مسئلہ ۱۴ عملی

ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کے برابر ایک مربع بنانا منظور ہی

دعوی خاص - فرض کرو کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ک ہی جسکے برابر مربع بنانا منظور ہی -

عمل - شکل ک کی برابر ایک سطح متوازی الاضلاع اس ج ب

بناؤ جسکا ایک زاویہ ب ا س قائمہ ہو (ام ۴۵ ش) اور ضلع ب ا

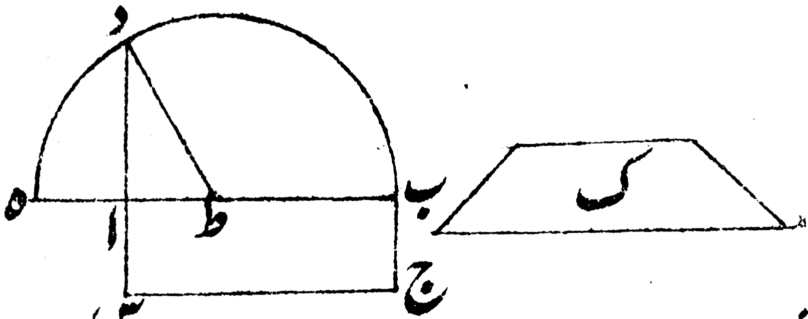
کو نقطہ ہ تک برابر خط ا س کے بڑھاؤ (اصول موضوعہ ۲ و ام ۳ ش) اور

خط ب ہ کو نقطہ ط پر نصف کرو (ام ۱۰ ش) اور نقطہ ط کو مرکز فرض کرو

ط ہ یا ط ب کے دوری پر نصف دائرہ ہ د ب بناؤ اور خط

س ا کو بڑھاؤ کہ محیط نصف دائرہ سے نقطہ د پر ملے اور ملاؤ

د ط کو تو خط ا د کا مربع برابر ہوگا شکل ک کے۔



ثبوت۔ کیونکہ خط ب ہ نقطہ ط پر نصف ہوا اور نقطہ ا پر

تقسیم اسلیے سطح ب ا و ا ہ کے مع مربع ط ا کے برابر ہی مربع

ط ہ کے (۲ ام ۵ ش) لیکن مربع ط ہ کا برابر ہی مربع ط د کے

کیونکہ خط ط ہ برابر ہی خط ط د کے (حد ۱۵ ام) اور مربع ط د کا

برابر ہی مجموعہ مربع ط ا اور مربع ا د کے (ام ۴۷ ش) اسلیے

سطح ب ا و ا ہ کے مع مربع ط ا کے برابر ہی مجموعہ مربع

طا ا اور مربع ا د کے مشترک مربع طا ا کو طرح دو تو باقی سطح

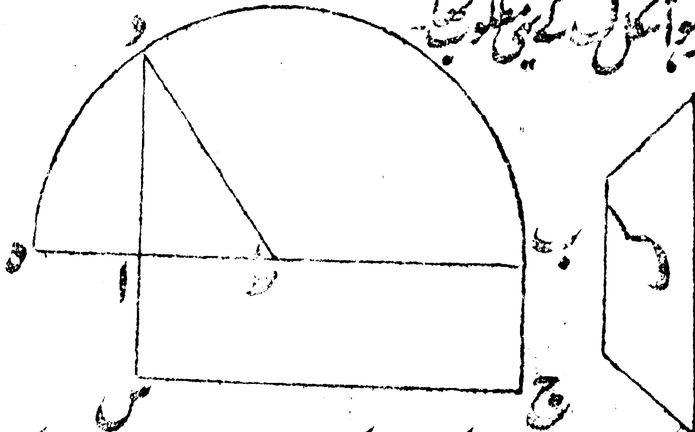
ب ا و ا ہ کے برابر ہے مربع ا د کے (علوم متعارفہ ۳)

لیکن سطح ب ا و ا ہ کے برابر ہے سطح ب س کے

کیونکہ خط ا ہ برابر ہے خط ا س کے عملاً اسلیے مربع ا د کا برابر ہے

سطح ب س کے اور سطح ب س برابر ہے شکل ک کے عملاً تو مربع

ا د کا برابر ہوا شکل ک کے یہی مطلوب تھا



سوال۔ ایک مربع مفروض کی برابر ایک سطح قائمۃ الزاویہ بناؤ جسکے اضلاع

کا فرق برابر ایک خط مفروض کے ہو۔

مسئلہ الف

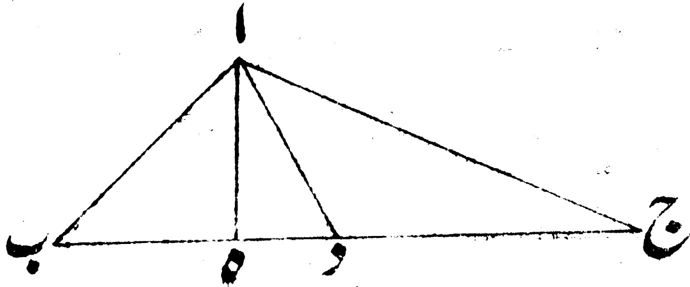
کسی مثلث کے ایک ضلع کو نصف کرکے نقطہ تنصیف و مقابل کے زاویہ

مین خط ملایا جاوے تو مثلث کے باقی دو اضلاع کا مربع ملکر برابر ہوگا

دوچند مربع نصف خط اور دوچند مربع اس خط کے مجموعہ سے

جو کہ نقطہ تنصیف اور مقابل زاویہ مثلث مین واصل ہے۔

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ مثلث اب ج کا ضلع ب ج
نقطہ د پر تنصیف ہوا اور نقطہ د اور مقابل زاویہ ا مین خط ا د
وصل ہوا تو مربع اب و مربع اج کا ملکر برابر ہوگا دوچند مربع
ب د و دوچند مربع د ا کے۔



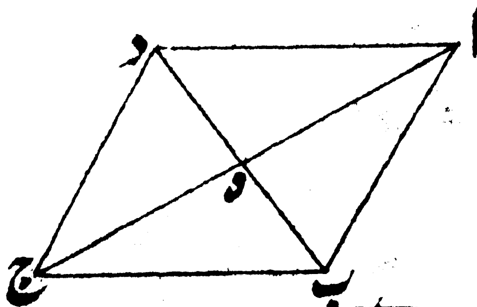
نقطہ ا سے خط ب ج پر عمود ا ہ گراؤ (ام ۱۲ س)۔
ثبوت۔ کیونکہ مربع اب کا برابر ہے مجموعہ مربع ا ہ اور مربع
ہ ب کے (ام ۴۷ س) اسیطرح مربع اج کا برابر ہے مجموعہ مربع ا ہ اور
مربع ہ ج کے تو مجموعہ مربع اب و مربع اج کا برابر ہے مجموعہ مربع
ب ہ اور مربع ہ ج دوچند مربع ا ہ کے (علوم متعارفہ ۲)
لیکن مجموعہ مربع ب ہ اور مربع ہ ج کا برابر ہے دوچند مربع
ب د و دوچند مربع د ہ کے (۲م ۹س) اور مربع ا د کا

برابر ہی مجموعہ مربع اہ اور مربع ہ د کے (ام ستہ) تو دوچند
مربع اہ اور دوچند مربع ہ د کا ملکر برابر ہی دوچند مربع اد
کے اسلیے مجموعہ مربع اب اور مربع اج کا برابر ہی دوچند
مربع ب د اور دوچند مربع د ا کے یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ب

سطح متوازی الاضلاع کے وترون کا مربع ملکر برابر ہی
مجموعہ مربع اضلاع سطح متوازی الاضلاع کے

دعوی خاص۔ فرض کرو کہ سطح متوازی الاضلاع اب ج د
ہی جسکے وتر اج و د ب ہین جو کہ نقطہ ہ پر تقاطع کرتے ہین
تو مجموعہ مربع اج و مربع د ب کا برابر ہی مجموعہ مربع اب
و مربع ب ج و مربع ج د و مربع د ا کے۔



ثبوت۔ کیونکہ مثلث اہ د و ب ہ ج مین متبادلہ زاویہ

ادب برابر ہے متبادلہ زاویہ دب ج کے (ام شکل ۲۹)
اور زاویہ ج ہ ب برابر ہے زاویہ ا ہ د کے (ام شکل ۱۵)
اور ضلع ا د برابر ہے ضلع ب ج کے (ام شکل ۳۴) اسلیے
ضلع ب ہ برابر ہے ضلع ہ د کے اور ضلع ا ہ برابر ہے ضلع
ہ ج کے (ام شکل ۲۶)
پھر کیونکہ مثلث ا د ج مین مجموعہ مربع ا د اور مربع د ج کا برابر ہے
دوچند مربع ا ہ اور دوچند مربع ہ د کے (۲ م شکل الف)
اسیطرح مثلث ا ب ج مین مجموعہ مربع ا ب اور مربع ب ج
کا برابر ہے دوچند مربع ا ہ اور دوچند مربع ہ ب کے لیکن دوچند
مربع ہ ب کا برابر ہے دوچند مربع ہ د کے کیونکہ خط ہ ب
برابر خط ہ د کے ہے اسلیے مجموعہ مربع ا د اور مربع د ج اور مربع
ج ب اور مربع ب ا کا برابر ہے چارچند مربع ا ہ و چارچند
مربع ہ د کے (علوم متعارفہ ۲) لیکن چارچند مربع ہ د کا برابر ہے
مربع د ب کے اور چارچند مربع ا ہ کا برابر ہے مربع ا ج کے
(نتیجہ ۴ شکل س) اسلیے مجموعہ مربع ا د اور مربع د ج اور مربع ج ب

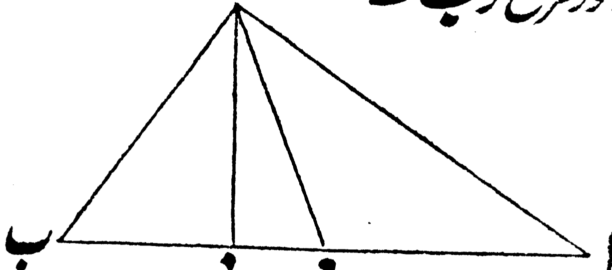
اور مربع ب آ کا برابر ہی مجموعہ مربع آج و مربع د ب کے یہی مطلب تھا

نتیجہ ا - سطح متوازی الاضلاع کے وتر جس نقطہ پر تقاطع کرتے ہیں اوس نقطہ پر متناصف ہوتے ہیں -

مسئلہ - ج

مثلث مین کسی زاویہ سے مقابل کے ضلع پر عمود گرایا جاوے تو باقی دو ضلعون کے مربعون کا تفاوت برابر ہوگا اوس ضلع کے جزون کے مربعون کے تفاوت کے جسپر کہ عمود گرتا ہی

دعوی خاص - فرض کرو کہ مثلث اج ب مین نقطہ ج سے خط اب پر عمود ج د گرا تو تفاوت مربع اج اور مربع ب ج کا برابر ہی تفاوت مربع آد اور مربع د ب کے



ثبوت - کیونکہ مربع اج کا برابر ہی مجموعہ مربع آد اور مربع دج کے (ام شکل) اسیطرح مربع ج ب کا برابر ہی مجموعہ مربع ب د اور مربع دج کے تو تفاوت مربع اج و ج ب کا برابر ہوا تفاوت مربع آد و مربع د ب کے یہی مطلب تھا

نتیجہ ۱۔ مثلث مین جس ضلع پر عمود گرتا ہی اگر اوس ضلع کو نصف کرین تو مثلث کے باقی دو اضلاع کے مجموعہ و تفاوت کی سطح برابر ہوگی دوچند سطح کل خط او خط فصل کے

دعوی خاص۔ شکل سابق مین خط اب کو نقطہ ہ پر تنصیف کیا

تو سطح اج و ج ب کے مجموعہ و تفاوت کے برابر ہی دوچند سطح اب و ہ د کے

ثبوت۔ کیونکہ ثابت ہوا کہ تفاوت مربع اج و مربع ج ب کا

برابر ہی تفاوت مربع اد و مربع د ب کے لیکن تفاوت مربع اج و مربع ج ب کا

برابر ہی سطح مجموعہ و تفاوت اج اور ج ب کے (نتیجہ ۱ ش ۵ م ۲) اسیطرح

تفاوت مربع اد و مربع د ب کا برابر ہی سطح مجموعہ و تفاوت اد و د ب کے اور

اد و د ب کا مجموعہ اب ہی و تفاوت دوچند د ہ ہی اسلیے اج و ج ب

کے مجموعہ و تفاوت کی سطح برابر ہی دوچند سطح اب و د ہ کے۔

نتیجہ ۲۔ ایک خط مستقیم کے کسی نقطہ سے عمود نکالا جاوے اور عمود کے

ایک ایک نقطہ سے دو دو خط خط مفروض کے نقاط انتہا مین ملائے جاوین

تو ان دو دو خطون کی مربعون کا تفاوت باہم برابر ہوگا۔

نتیجہ ۳۔ اگر کسی ایک نقطہ سے کسی خط کے محدود کے نقاط انتہا مین

دو خط ملائے جاوین اور پھر دوسرے نقطہ سے اوسی خط کے نقاط انتہا مین

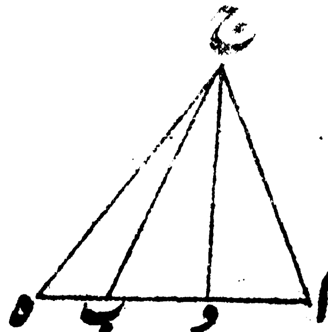
اور دو خط ملائے جاوین اور پہلے دو خطوط کے مربعون کا تفاوت برابر ہو دوسرے خطون کے مربعون کے تفاوت کے تو ان دونون نقطون مین خط وصل کر کے اگر بڑھایا جاوے تو وہ خط مفروض پر عمود ہوگا بشرطیکہ دونون نقطہ خط مفروض کے ایک ہی جانب ہون —

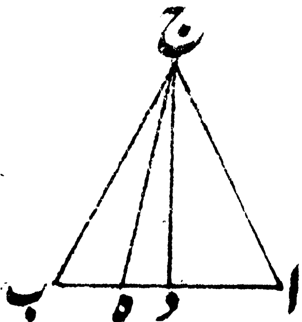
مسئلہ د

اگر مثلث متساوی الساقین کے زاویہ راس سے ایک خط نکالا جاوے اور وہ قاعدہ سے مثلث کے اندر یا باہر ملے تو قاعدہ کے حصونکی سطح برابر ہوگی تفاوت مربع اوس خط اور ایک ساق مثلث کے

دعوی خاص — فرض کرو کہ مثلث متساوی الساقین اب ج ہے جسکے زاویہ راس ج سے خط ج ہ نکلکر قاعدہ اب سے نقطہ ہ پر [illegible] تو سطح اہ و ہ ب کی برابر ہوگی تفاوت مربع اج و ج ہ کے

[illegible] دونون مثلث کے اندر ہی نقطہ ج سے ج د عمود اب پر گراؤ —





ثبوت - کیونکہ تفاوت مربع اج اور مربع ج ہ کا برابر ہے تفاوت مربع آد اور مربع دہ کے (۲م ش ج) اور تفاوت مربع آد اور مربع دہ کا برابر ہے سطح مجموعہ و تفاوت آد اور دہ کے (نتیجہ ا (۲م ش) یعنے سطح آہ اور ہ ب کی اسلیے تفاوت مربع اج اور مربع ج ہ کا برابر ہے سطح آہ و ہ ب کے

دوسرے فرض کرو کہ خط ج ہ باہر مثلث کے واقع ہے -

کیونکہ تفاوت مربع اج اور مربع ج ہ کا برابر ہے تفاوت مربع آد اور مربع دہ کے (۲م ش ج) اور تفاوت مربع آد اور مربع دہ کا برابر ہے سطح مجموعہ و تفاوت آد و دہ کے لیکن آد و دہ کا مجموعہ آہ ہے اور تفاوت ہ ب ہے کیونکہ خط آد برابر ہے خط دب کے اسلیے تفاوت مربع اج اور مربع ج ہ کا برابر ہے سطح آہ اور ہ ب کے یہی مطلب تھا -

سوالات

سوال ۱

دو خطوط غیر مساوی مین ایک خط جسقدر زیادہ ہے دوسرے خط سے تو اوس زیادتی کا مربع اون دونون خطوط کے مربعون کے مجموعہ سے بقدر دو چند سطح اونھین دونون خطوط کے کم ہوگا۔

سوال ۲

اگر ایک مثلث کے تینون زاویون سے تین خط مقابل کے اضلاع پر نکالے جاوین اور مقابل کے اضلاع کو اوس نقطہ پر نصف کرین جس نقطہ پر کہ اونسے ملتے ہین تو ان خطوط کا چار چند مربع برابر ہوگا مثلث کے اضلاع کے سہ چند مربع کے۔

سوال ۳

ایک خط کو اسطرح تقسیم کرو کہ مربع کل خط اور مربع ایک حصہ کا ملکر برابر ہو دوسرے حصہ کے دو چند مربع کے اور یہ بھی ثابت کرو کہ جب خط اسطرح تقسیم ہوویگا تو بڑے حصہ کا مربع برابر ہوگا دو چند سطح کل خط اور چھوٹے حصہ کے۔

سوال ۴

سطح مستطیل کی برابر ہوتی ہے نصف سطح اون مربعون کے وترون کے جو کہ اوسکے دو اضلاع پر بنائے جاوین -

سوال ۵

اگر ایک خط اسطرح تقسیم کیا جاوے جسطرح مسئلہ ا مقالہ ۲ مین ہے تو مربع کل خط اور مربع ایک حصہ کا ملکر برابر سہ چند مربع دوسرے حصہ کے ہوگا -

سوال ۶

اگر مثلث کے زاویون سے خطوط مقابل کے اضلاع کے نقاط تنصیف تک کھینچے جاوین تو جو خطوط کہ درمیان نقطہ تقاطع خطوط اور تینون زاویہ کے ہین اون کے مربعون کا مجموعہ برابر ثلث مجموعہ مربع اضلاع مثلث کے ہوگا -

سوال ۷

ایک مثلث مختلف الاضلاع کے ایک ضلع کو اتنا بڑھاؤ کہ سطح اوس ضلع اور حصہ افزودہ کے برابر ہو تفاوت مربعون باقی اضلاع کے -

سوال ۸

ایک مثلث کا قاعدہ اور سطح اور وہ خط جو کہ نقطہ تنصیف قاعدہ

اور مقابل زاویہ مین وصل ہو جانکر مثلث بناؤ۔

سوال ۹

اگر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے زاویۂ حادہ سے ایک خط مقابل کے ضلع کے نقطۂ تنصیف مین ملایا جاوے تو اس خط کا مربع وتر کے مربع سے بقدر سہ چند مربع نصف اوس ضلع کے کم ہوگا جو کہ تنصیف کیا گیا۔

سوال ۱۰

اگر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر سے دونون باقی ضلع کو قطع کرین تو حصہ وسط کا مربع برابر ہوگا دوچند سطح حصہ اطراف کے۔

سوال ۱۱

اگر ایک مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ پر کے کسی زاویہ سے مقابل کے ضلع پر عمود کھینچا جاوے تو اس عمود کا مربع برابر ہوگا اوس خط کے مربع کے جو درمیان عمود اور قاعدہ کے دوسرے زاویہ کے واقع ہے اور دوچند سطح حصص ضلع کے۔

سوال ۱۲

ایک مثلث متساوی الساقین منفرجۃ الزاویہ ایسا بناؤ کہ مربع وتر زاویہ

منفرجہ کا سہ چند ایک ساق کے مربع سے ہو ۔

سوال ۱۲

اگر ایک منحرف کے دو ضلع متوازی ہون تو ثابت کرو کہ سطح منحرف کے برابر ہے سطح نصف مجموعۂ اضلاع متوازی اور عمود سے ۔

سوال ۱۴

اگر ایک منحرف کے دو ضلع متوازی ہون اور دوسرے دو ضلع متساوی ہون تو سطح اضلاع متوازی کے مع مربع ایک ضلع متساوی کے برابر ہوگی مربع اوس خط کے جو کہ مقابل کے زاویون مین ملایا جاوے

سوال ۱۵

منحرف مین مجموعۂ مربع وترون کا دوچند ہوگا اون خطوط کے مربعون کے مجموعہ سے جو کہ مقابل کے اضلاع کے نقاط تنصیف مین ملائے جاوین ۔

سوال ۱۶

اگر ایک مثلث کے اضلاع پر مربع بنائے جاوین اور نقاط انتہا مربعون مین خطوط ملائے جاوین تو ایک مسدس پیدا ہوگا جسکے اضلاع کے

مربع کا مجموعہ برابر ہوگا چوچند مجموعہ مربع اضلاع مثلث کے۔

سوال ۱۷

ایک مثلث متساوی الاضلاع کے برابر جو مربع ہو اوسکا ایک ضلع دریافت کرو۔

سوال ۱۸

ایک مربع برابر دو سطوح قائمۃ الزاویہ کے بناؤ۔

سوال ۱۹

ایک خط کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اونکی سطح برابر ہو ایک سطح قائمۃ الزاویہ کے۔

سوال ۲۰

ایک خط کو ایسے دو حصوں پر تقسیم کرو کہ اونکی سطح برابر ہو ایک مربع مفروض کے لیکن مربع مفروض کا ایک ضلع نصف خط مفروض سے بڑا نہو۔

سوال ۲۱

ایک خط مستقیم کو اتنا بڑھاؤ کہ کل خط و خط افزودہ کے مجموعہ کا مربع

برابر ہو دو چند مربع ایک خط مفروض کے ۔

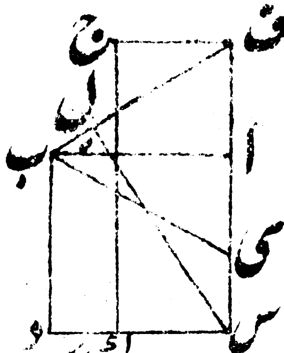
سوال ۲۲

ایک خط کو دو حصوں میں اسطرح تقسیم کرو کہ مجموعہ اونکے مربعوں کا خط معلوم کے مربع سے دو چند ہو ۔

سوال ۲۳

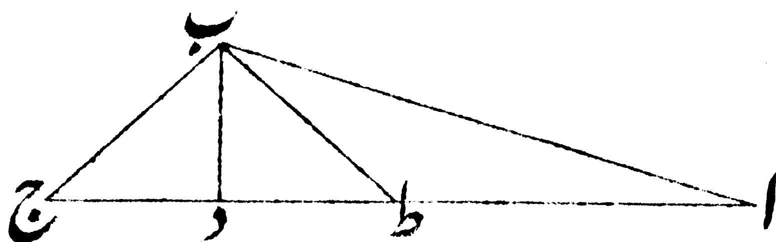
اگر ایک خط دو مساوی اور دو غیر مساوی حصوں میں تقسیم ہو تو دونوں غیر مساوی حصوں کے مربع کا مجموعہ برابر ہوگا چار چند مربع خط فصل اور دو چند سطح غیر مساوی حصوں کے ۔

سوال ۲۴



اگر مسئلہ ۱۱ مقالہ ۲ مین مان لو ف ب کو اور س د کو ملا کر بڑھاؤ کہ خط ب ف سے نقطۂ ل پر ملے تو خط س ل خط ب ف پر عمود ہوگا ۔

سوال ۲۵



اگر مثلث اب ج مین زاویہ اب ج منفرجہ اور زاویہ ب ج ا نصف قائمہ ہی اور خط اج پر خط ب د عمود ہی اور خط ط ب نقطۂ تنصیف خط اج اور زاویہ منفرجہ اب ج مین ملا ہی تو ثابت کرو کہ مربع اب کا دوچند ہی مجموعہ مربع ا د ط د سے

سوال ۲۶

مثلث قائمۃ الزاویہ کا وتر تین حصہ مساوی پر تقسیم کیا جاوے اور نقاط تثلیث وزاویہ قائمہ مین خطوط ملائے جاوین تو ایک مثلث پیدا ہوگا اس مثلث کے اضلاع کے مربعون کا مجموعہ برابر ہوگا دو تہائی مربع وتر قائمۃ الزاویہ کے ۔

سوال ۲۷

دو خطوط کے مجموعہ و تفاوت کے مربعون کا مجموعہ دوچند ہوگا مجموعۂ مربعون خطوط مذکور سے۔

سوال ۲۸

ایک مربع کے ایک ضلع کو اسقدر بڑھاؤ کہ اگر نقطۂ انتہا سے ایک خط متوازی دوسرے ضلع کا نکالین اور وہ بڑھے ہوے وتر مربع سے ملے تو یہ ایک مثلث برابر مربع مفروض کے پیدا ہو۔

سوال ۲۹

ثابت کرو کہ ہر ایک مثلث برابر نصف اوس مستطیل کے ہی جو کہ عمود اور قاعدہ مثلث سے بنتی ہے اور یہ بھی ثابت کرو کہ مثلث کی پیمایش مین نصف قاعدہ کو کل عمود مین کیون ضرب دیتے ہین۔

سوال ۳۰

منحرف کے وترون کے مربعون کا مجموعہ چارون ضلعون کے مربعون کے مجموعہ سے بقدر چہارچند مربع اوس خط کے جو کہ وترون کے نقاط وسط مین ملایا جاوے کم ہوتا ہی۔

ثبوت مسئلہ مقالۂ دوم جبر و مقابلہ سے

مسئلہ ۱

ب ط ک س ج ا

فرض کرو کہ $\overline{\text{ب ج}}$ = د اور $\overline{\text{ب ک}}$ = لا اور $\overline{\text{ک س}}$ = ط
اور $\overline{\text{س ج}}$ = م اور $\overline{\text{ا}}$ = س۔
د = لا + ط + م جانبین مساوات کو س مین ضرب دیا۔
∴ د س = لا س + س ط + م س یہی مطلب تھا

مسئلہ ۲

ب ج ا

فرض کرو کہ $\overline{\text{اب}}$ = لا اور $\overline{\text{اج}}$ = د اور $\overline{\text{ج ب}}$ = ط
تو لا = د + ط
طرفین مساوات کو لا مین ضرب دیا
لاً = لا د + لا ط یہی مطلب تھا

مسئلہ ۳

ب ج ا

فرض کرو کہ اب = لا اور اج = د اور ج ب = ط
لا = د + ط طرفین مساوات کو ط مین ضرب دیا
ط لا = ط د + ط۲ یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ۴

ا ج ب

فرض کرو کہ اب = لا اور اج = د اور ج ب = ط
لا = د + ط طرفین مساوات کا مجذور کیا تو
لا۲ = د۲ + ۲ د ط + ط۲ یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ۵

ا ج ک ب

فرض کرو کہ اب = ۲ لا اور ج ب = لا اور ج ک = د
اور اک = لا + د اور ب ک = لا - د
(لا + د) × (لا - د) = لا۲ - د۲
انمین د۲ کو جمع کیا تو
(لا + د) × (لا - د) + د۲ = لا۲ یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ۶

ک ب ج ا

فرض کرو کہ اب = ۲ لا اور ج ب = لا اور ب ک = د

اور اک = ۲ لا + د اور ج ک = لا + د

(۲ لا + د) د = ۲ لا د + د^{2} انمین لا^{2} کو جمع کرو

(۲ لا + د) د + لا^{2} = لا^{2} + ۲ لا د + د^{2}

لیکن لا^{2} + ۲ لا د + د^{2} = (لا + د)^{2}

اسلیے (۲ لا + د) د + لا^{2} = (لا + د)^{2} یہی مطلب تھا

مسئلہ ۷

ب ج ا

فرض کرو کہ اب = لا اور اج = د اور ج ب = ط

لا = د + ط طرفین کو مجذور کیا۔

لا^{2} = د^{2} + ۲ د ط + ط^{2} ہر ایک مین د^{2} کو جمع کیا

لا^{2} + د^{2} = ۲ د^{2} + ۲ د ط + ط^{2}

لیکن ۲ د^{2} + ۲ د ط = ۲ د (د + ط) = ۲ د لا

∴ لا^{2} + د^{2} = ط^{2} + ۲ د لا یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ۸

ا　　ج　　ب

فرض کرو کہ اب = لا اور اج = د اور ج ب = ط

لا = د + ط　　طرفین سے ط کو کم کیا تو

لا − ط = د　　طرفین کا مجذور کیا

لا^{2} − ۲ لا ط + ط^{2} = د^{2}　　طرفین مین ۴ لا ط کو جمع کیا

لا^{2} + ۲ لا ط + ط^{2} = د^{2} + ۴ لا ط

لیکن لا^{2} + ۲ لا ط + ط^{2} = (لا + ط)^{2}

$\therefore$ (لا + ط)^{2} = د^{2} + ۴ لا ط

مسئلہ ۹

ا　　ج　　ک　　ب

فرض کرو کہ اب = ۲ لا اور اج = لا اور ج ک = د اور اک = لا + د اور ک ب = لا − د

(۱) (لا + د)^{2} = لا^{2} + ۲ لا د + د^{2}
(۲) (لا − د)^{2} = لا^{2} − ۲ لا د + د^{2}　　انکو جمع کیا

تو (لا + د)^{2} + (لا − د)^{2} = ۲ لا^{2} + ۲ د^{2}　یہی مطلب تھا

مسئلہ ۱۰

ا ج ب ک

فرض کرو کہ اب = ۲ لا اور اج یا جب = لا اور بک = د

اور اک = ۲ لا + د اور جک = لا + د

(۲ لا + د)^۲ = ۴ لا^۲ + ۴ لا د + د^۲ انمین د^۲ کو جمع کیا

(۲ لا + د)^۲ + د^۲ = ۴ لا^۲ + ۴ لا د + ۲ د^۲ اور

(لا + د)^۲ = لا^۲ + ۲ لا د + د^۲ انمین لا^۲ کو جمع کیا

(لا + د)^۲ + لا^۲ = ۲ لا^۲ + ۲ لا د + د^۲ اسکو ۲ مین ضرب دیا

۲ (لا + د)^۲ + ۲ لا^۲ = ۴ لا^۲ + ۴ لا د + ۲ د^۲

∴ (۲ لا + د)^۲ + د^۲ = ۲ (لا + د)^۲ + ۲ لا^۲ یہی مطلب تھا

مسئلہ ۱۱

ا د ب

فرض کرو کہ اب = د اور وہ حصہ جسکا مربع ہوگا یعنے اد = لا

اور دب = د − لا

(د − لا) د = لا^۲ دعوی سے

د^۲ − لا د = لا^۲

لا² + لا د = د² طرفین مین (د/۲)² کو جمع کیا -

لا² + د لا + د²/۴ = ۵ د²/۴ طرفین کا جذر کیا

لا + د/۲ = √(۵ د²/۴) = د√۵/۲

∴ لا = (د√۵ − د)/۲

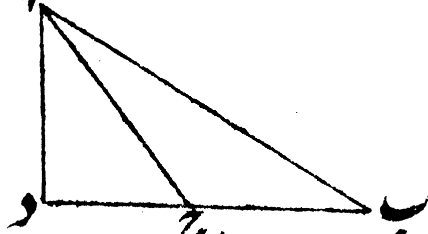
اور د − لا = د − (د√۵ − د)/۲

= (۲د − د√۵ + د)/۲

= (۳د − د√۵)/۲

∴ د − لا = (۳د − د√۵)/۲

مسئلہ ۱۲



فرض کرو کہ اب = ط اور ب ج = لا اور ج ا = د

اور ج د = ک اور د ا = م اور ب د = لا + ک

(۱) ط² = (لا + ک)² + م²

(۲) د² = ک² + م²

اول مساوات سے دوسری مساوات کو کم کیا

$ط^2 - د^2 = (لا + ک)^2 - ک^2$

$= لا^2 + ۲\,لاک + ک^2 - ک^2$

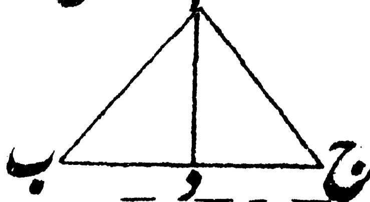
$= لا^2 + ۲\,لاک$

$\therefore ط^2 - د^2 = لا^2 + ۲\,لاک$

$ط^2 = لا^2 + ۲\,لاک + د^2$ یہی مطلب تھا۔

مسئلہ ۱۳

صورت اول



فرض کرو کہ $\overline{جب} = لا$ اور $\overline{جا} = د$ اور $\overline{اب} = ط$
اور $\overline{بو} = ک$ اور $\overline{او} = م$ اور $\overline{وج} = لا - ک$

(۱) $ط^2 = ک^2 + م^2$

(۲) $د^2 = (لا - ک)^2 + م^2$

(ام ش) اول مساوات سے دوم مساوات کو کم کیا

$ط^2 - د^2 = ک^2 - (لا - ک)^2$

$= ک^2 - (لا^2 - ۲\,لاک + ک^2)$

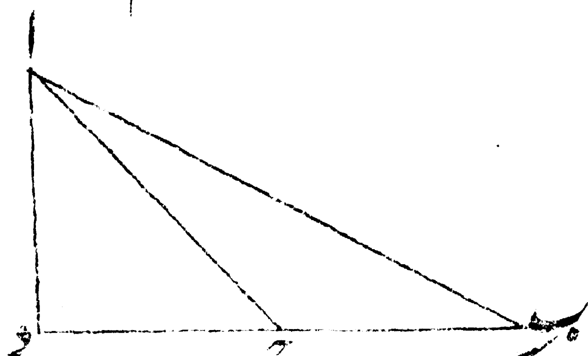
$= ک^2 - لا^2 + ۲\,لاک - ک^2$

$= - لا^2 + ۲\,لاک$

∴ ط٢ − د٢ = − لا٢ + ٢ لا ک

ط٢ + لا٢ = د٢ + ٢ لا ک

صورت دوم



ج د = ک − لا

(١) ط٢ = ک٢ + ص٢

(٢) د٢ = (ک − لا)٢ + ص٢

(ا م ٤٧ ش) اول مساوات سے دوم مساوات کو کم کیا

ط٢ − د٢ = ک٢ − (ک − لا)٢

= ک٢ − (ک٢ − ٢ک لا + لا٢)

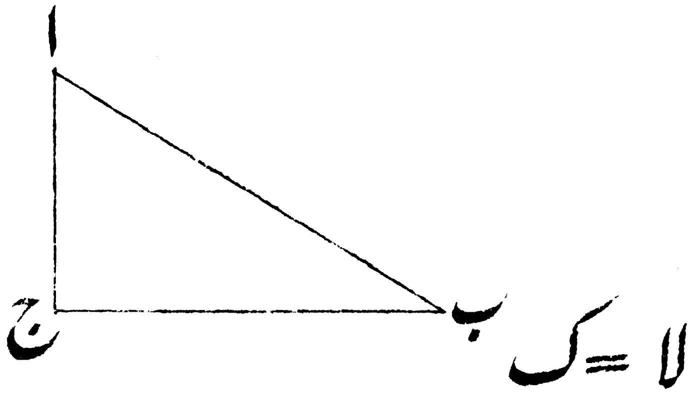
= ک٢ − ک٢ + ٢ک لا − لا٢

= ٢ک لا − لا٢

∴ ط٢ − د٢ = ٢ک لا − لا٢

ط٢ + لا٢ = د٢ + ٢ک لا

صورت سوم



لا = ک

ط^{۲} = لا^{۲} + د^{۲} اسمین لا^{۲} کو جمع کیا

ط^{۲} + لا^{۲} = ۲ لا^{۲} + د^{۲} یہی مطلب تھا۔

واضح ہو کہ ان مسئلون مین حروف کی جگہہ عدد فرض کرنے سے حل ان مسئلون کا حساب سے ہو جاویگا۔

ثبوت دوسری طرح مسئلہ

ا ج ب

آب و بج کے مربعون کا مجموعہ آب و بج کے مجموعہ کے مربع سے بقدر دوچند سطح آب و بج کے چھوٹا ہی (نتیجہ ۱ ۴م ۲ک) اور آب و بج کے مربعون کا مجموعہ برابر ہی دوچند سطح آب و بج کے مع مربع اج کے

(نتیجہ ۱۲م ش) اسلیے آب و ب ج کے مجموعہ کا مربع بڑا ہی دوچند سطح آب و ب ج مع مربع آج سے بقدر دوچند سطح آب و ب ج کے پس اب و ب ج کے مجموعہ کا مربع برابر ہوا اب و ب ج کے چارچند سطح مع مربع اج کے ۔

۱	جامٹری	रेखागणित	علامات
۲	حدود	परिभाषा	
۳	نقطہ	बिन्दु	
۴	خط	रेखा	
۵	خط مستقیم	सरलरेखा	
۶	سطح	धरातल	
۷	سطح مستوی	सर्वतोसमधरातल	
۸	زاویہ مسطحہ	कोण	
۹	زاویہ مسطحہ مستقیم الخطین	सरलकोण	
۱۰	زاویۂ قائمہ	समकोण	ق
۱۱	عمود	लम्ब	
۱۲	زاویۂ منفرجہ	अधिककोण	من
۱۳	زاویۂ حادہ	न्यूनकोण	حادہ
۱۴	حد	सीमा	
۱۵	دائرہ	वृत्त	

۱۶	نصف دائرہ		वृत्तार्द्ध	½
۱۷	مرکز		केन्द्र	
۱۸	قطر		व्यास	
۱۹	نصف قطر		व्यासार्द्ध	
۲۰	اشکال مستقیمۃ الاضلاع		ऋजुभुज	
۲۱	مثلث		त्रिभुज	△
۲۲	ذوا ربعۃ الاضلاع		चतुर्भुज	
۲۳	کثیر الاضلاع		बहुभुज	
۲۴	مثلث متساوی الاضلاع		समत्रिबाहुत्रिभुज	△
۲۵	مثلث متساوی الساقین		समद्विबाहुत्रिभुज	△
۲۶	مثلث مختلف الاضلاع		विषमत्रिभुज	
۲۷	مثلث قائمۃ الزاویہ		समकोणत्रिभुज	
۲۸	مثلث منفرجۃ الزاویہ		अधिककोणत्रिभुज	
۲۹	مثلث حادۃ الزاویہ		न्यूनकोणत्रिभुज	
۳۰	مربع		वर्गक्षेत्र	ب

۳۱	مستطیل	आयतक्षेत्र	
۳۲	معین	विषम कोण सम चतुर्भुज	
۳۳	شبیہ معین	विषमकोण आयत	
۳۴	منحرف	विषम चतुर्भुज	
۳۵	خطوط متوازی	समानान्तर रेखा	||
۳۶	اشکال متوازی الاضلاع	समानान्तर क्षेत्र	
۳۷	سطوح متمم	कोणाश्रित	
۳۸	زاویۂ داخلہ	अन्तः कोण	
۳۹	زاویۂ خارجہ	वहिः कोण	
۴۰	زاویہ متبادلہ	एकान्तर कोण	متبا
۴۱	اصول موضوعہ	अव्याख्योपक्रम	
۴۲	علوم متعارفہ	स्वयंसिद्धि	
۴۳	علم	साधक	
۴۴	خط فصل	आश्रितरेखा	
۴۵	مسئلہ	साध्य	
۴۶	شکل	क्षेत्र	
۴۷	نتیجہ	फल	